

- ۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی سایر گزینه‌ها:  
گزینه (۱): شایق: آرزومند، مشتاق (فایق = برگزیده، برتر، چیره، مسلط)  
گزینه (۲): سیماب: جیوه  
گزینه (۴): محمل: کجاوه، مهد (مُهل: بیهوده)
- ۲ گزینه ۳ پاسخ صحیح است / معنی درست واژه‌ها: رایت: بیرق، پرچم، دَرَفش / چنبر: چنبره، گردنبند، طوق، حلقه / هنگامه: غوغا، داد و فریاد، شلوغی، جمعیت مردم / غنا: سرود، نغمه، دستگاه موسیقی، آوازخوانی  
گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  
گزینه‌ی الف: مسطور ← مستور (پوشیده)  
گزینه‌ی ب: صریر ← سریر (تخت)
- ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. گزینه املای صحیح واژگان در سایر گزینه‌ها: «نشئه‌فزای، قضا، بحر»
- ۵ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. املای درست واژه: حَقّه: جعبه، صندوق
- ۶ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. شاید در این سؤال به «همگی نادرست آمده» دقت نکرده‌اید.
- ۷ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تضاد بیت «ها: بحر (دریا)، برّ (خشکی)»  
ایهام بیت «ب»: «برقرار» ۱- بر عهد و قرار خویش پایبند است. ۲- پایدار و ماندگار  
اغراق بیت «ج»: شمشیر آخته تو حتی عقاب را از شکار باز می‌دارد. / بیت «د»: در این بیت دو تشبیه داریم: ۱- لب یار در حیات‌بخشی به آب حیات تشبیه شده است و بر آن ترجیح داده شده است ۲- گرمی آغوش یار به آتش تشبیه شده است و بر آن ترجیح داده شده است.  
جناس بیت «الف»: «ریش و نیش» (ناهمسان یا ناقص، در یک واج اختلاف دارند)
- ۸ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. در این بیت «غبار فقر، غبار فنا ← هر دو اضافهی تشبیهی است» که البته فنا معطوف به فقر است. مجدداً غبار فقر و فنا مانند توتیایی برای چشم من است. من مانند خضر (راهنما) می‌شوم. چشمه‌ی بقا ← اضافهی تشبیهی. نتیجه این که: در این بیت، شاعر ۵ بار از آرایه‌ی تشبیه بهره‌مند شده است.
- ۹ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی سایر گزینه‌ها:  
(۱) تشخیص: نسبت دادن مستی و رقصیدن به آسمان  
(۲) استعاره: دریا استعاره از جهان  
(۳) تشبیه: خود به سپند

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. عبارت «سنگ تفرقه دورش ز آشیان دارد» یعنی «سنگ تفرقه او را از آشیان دور دارد» که «او»، بازگردانی شده‌ی «ش» در این عبارت، نقش دستوری «مفعول» گرفته است. در عبارت‌های «گهر از دل پاک توخیزد»، «زبان او را ببرم» و «خاک ره از آب چشم من گل می‌شود»، ضمیر در نقش مضاف‌الیه آمده است. هم‌چنین دقت کنید «به کنج بی‌کسی و غربتم من آن مرغی» یعنی «به کنج بی‌کسی و غربت، من آن مرغی هستم»، پس «م» در آن ضمیر نیست.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.  
گزینه‌ی ۱: ... و جان فدا (می‌کنم)  
گزینه‌ی ۲: چه از این بهتر ارمغانی (داری)  
گزینه‌ی ۴: نیکبخت آن کسی (است)  
توجه: بیت گزینه‌ی ۳ اشتباه تایپ شده است و می‌تواند سبب گمراهی دانش‌آموز گردد. صحیح بیت این گونه است:  
(گوش بر ناله‌ی مطرب کن و بلبل بگذار / که نگوید سخن از سعدی شیرازی به)

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در گزینه‌ی ۳ ضمیر متصل «م» نقش مفعولی دارد و در سایر گزینه‌ها نقش مضاف‌الیه‌ی.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  
بیت سؤال می‌گوید خوشبختی تمام خواهد شد و نباید به آن افتخار کرد ولی بیت ۱ می‌گوید: روزهای خوب در راه است و به زودی خواهد رسید.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در بیت سؤال آمده است که برای رسیدن به مقصود و معشوق، باید سختی‌ها را تحمل کرد که از گزینه‌های ۲، ۳ و ۴ نیز همین مفهوم دریافت می‌شود.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دو چشمانت مانند رهی روشن: تشبیه / نگاهت مانند باده‌ای در جام مینایی: تشبیه / لب‌ت همرنگ خون لاله: تشبیه / خون لاله: استعاره مکنیه، قصر پرنور: استعاره از وجود معشوق

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مضمون مشترک گزینه‌های ۲، ۳ و ۴، رویدن و شکفتن گل‌های سرخ رنگ پس از مرگ، از خاک و تربت گور عاشق به واسطه‌ی عشق معشوق.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تشریح گزینه‌های دیگر:  
گزینه‌ی ۱: چالاک‌ی و تیزروی / گزینه‌ی ۲: نفی ظاهر و صورت / گزینه‌ی ۳: دوام و پایداری عشق

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بیت گزینه‌ی ۱، توصیه به تلاش برای کسب رزق می‌کند ولی در گزینه‌های دیگر رزق را مقدر می‌داند و تلاش را برای کسب روزی غیرلازم می‌بیند.  
گزینه‌ی ۱: تا زمانی که زنده هستی برای کسب روزی تلاش کن. تشریح گزینه‌های دیگر:  
گزینه‌ی ۲: برای کسب روزی چه تلاش کنی یا تلاش نکنی، خداوند روزی‌ات را خواهد رساند.  
گزینه‌ی ۳: از همان روز ازل به خداوند توکل کرده‌ام و برای رزق تلاشی نمی‌کنم.  
گزینه‌ی ۴: به تلاش نیازی نیست هر آن‌چه روزی تو باشد به تو خواهند رساند.

مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه ی (۳): نکوهش وابستگی به پدیده‌ای ناچیز، با وجود پدیده‌ای ارزشمندتر  
مفهوم سایر گزینه‌ها

(۱) توصیف موانع بینش

(۴) توجه به هشیاری در شرایط مطلوب

(۲) برای (معادل أدق برای «إلی» نیست) - تا (معادل چنین حرفی در متن عربی آن وجود ندارد) - به مدت (معادل چنین عبارتی در متن عربی آن وجود ندارد) - نهصد و پنجاه سال (معادل أدق برای «الف سنة إلا خمسين عاماً» نیست)  
(۳) به خاطر ایل ... (معادل صحیح برای «إلی قومه» نیست) - پنجاه سال کم‌تر ... (معادل أدق برای «الف سنة ...» نیست)

(۴) نهصد و پنجاه سال ... (← توضیحات گزینه ی ۲)

(۱) این اشخاص از دو قبیله‌اند (ساختار متن فارسی با عربی آن متفاوت است) - به ... یاری می‌کنند (معادل أصحّ برای «یستعینون» نیست)

(۲) زندگی ... دارند (معادل أدقّ برای «یتعایشون» که فعل است نمی‌باشد)

(۴) این دو قبیله افرادش (ساختار متن فارسی با عربی آن متفاوت است) - زندگی ... دارند (← توضیحات گزینه ۲)

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. لعل + فعل مضارع: ترجمه مضارع التزامی، تردید کند (رد گزینه ی ۱ و ۲)، یعزم: تصمیم دارد. ترجمه یعزم به شکل اسم (مصمم به ... نادرست است) (رد گزینه ی ۲ و ۳)

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فیه شیء من: در آن چیزی از [رد گزینه ی ۳؛ «شیء من» در آن ترجمه نشده است].  
تَعْلَمُوا: یاد بگیرید؛ در این‌جا فعل امر است. [رد گزینه‌های ۱ و ۲؛ در گزینه ی ۲ ترجمه ی «یاد بگیرید» و «یاد بدهید» جابه‌جا شده است].

عَلَمُوا: یاد دهید؛ فعل امر از «تُعْلَمُونَ» است. [رد گزینه‌های ۱ و ۲]

تَفْقَهُوا: بفهمید؛ در این‌جا فعل امر است. [رد گزینه ی ۱]

لا تموتوا: نمیرید؛ فعل نهی است. [رد گزینه‌های ۱ و ۳]

گزینه (۱): نباید غذا دهید («لا تُطْعَمُوا: غذا ندهید» صحیح است).

گزینه (۲): دور کند («حتی تباعد: تا دور شوند» صحیح است).

گزینه (۴): خدایان («آلهة» جمع مکسر و به معنای «خدایان» است).



در هر صبح، اخبار اکتشافات جهان به سمت آینده‌ای بهتر را می‌شنویم. اما برخی از ملّت‌ها تسلیم راحتی می‌شوند و در این راه بسیار تلاش نمی‌کنند. هرگاه مردم تنبلی کنند و مشغول لذّت‌ها و راحتی شوند از کاروان پیشرفت عقب می‌مانند. پس ما باید مردم را از زمان کودکی به کارهای مفید برای آینده‌شان تشویق کنیم. طبق متن «پیشرفت به تلاش و کار بسیار نیاز دارد».

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. گزینه‌ی «۱» می‌گوید: ملّت تلاشگر همیشه اکتشافات جدیدی را مشاهده می‌کند. ترجمه‌ی گزینه‌های دیگر:

گزینه‌ی «۲»: جامعه تنبل در آینده به آن‌چه که می‌خواهد می‌رسد.

گزینه‌ی «۳»: ملّتی که در زندگی تسلیم راحتی شده، حقیقتاً موفق است.

گزینه‌ی «۴»: از وظایف ما در دنیا توجه به اکتشافات قدیمی است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. «اخبار» اسم، جمع مکسر و مفرد آن «خبر» و مذکر است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. «يَتَكَاسَلُونَ» فعل مضارع در باب «تَفَاعُل» است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. «يَسْتَعْلُونَ» فعل مضارع، سوم شخص جمع، ثلاثی مزید در باب «اِفتعال» است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تستسَلِم: مستقبل از باب استفعال است از ریشه «س ل م» و «سین» اول آن حرف زائد باب استفعال است، ولی «أَسْلَمْنَا» از همان ریشه و از باب اِفعال است و «سین» جزء ریشه فعل است. بررسی سای گزینه‌ها:

گزینه «۱»: «سَسَلِمُ»: فعل مستقبل از ریشه «س ل م» و از باب افتعال است لذا «سین» جزء حروف اصلی فعل است.

گزینه «۲»: «لا تستوی»: فعل مضارع و از باب افتعال و ریشه «س و ی» / «أَحْسِن»: فعل امر از باب اِفعال و ریشه آن «ح س ن» / «لا تُسِيْ»: فعل نهی از باب اِفعال، مصدرش «إِسَاءَة» و ریشه آن «س و ء»

گزینه «۴»: «لا تَسْمِعْ»: فعل نهی از باب افتعال از ریشه «س م ع» / «يَسْتَبْرَ»: فعل مضارع از باب افتعال از ریشه «س ت ب ر»

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. «حَدَّث» فعل ماضی و بدون حروف زائد است.

دقت کنید: «تعرف» در این‌جا مصدر است و فعل نیست. ترجمه‌ی گزینه‌ها:

(۱) آشنایی برخی با برخی دیگر، در کلاس اتفاق افتاد.

(۲) مادر در تربیت فرزندان خود تلاش می‌کند.

(۳) آن غده‌ها مایع پاک‌کننده‌ای را ترشح می‌کنند.

(۴) آن زبانی خاص دارد برای این‌که با دیگران ارتباط برقرار کند و یکدیگر را بفهمند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

افعال در گزینه‌ی ۱ همگی از بابِ «تَفَعَّل»، در گزینه‌ی ۳ همگی از بابِ «اِسْتَفْعَال» و در گزینه‌ی ۴ همگی از بابِ «اِفْتَعَال» هستند، اما در گزینه‌ی ۲ افعال از بابِ «اِنْفَعَال» هستند، به‌جز «يَتَفَعَّلُ» که از بابِ «اِفْتَعَال» است.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فعل‌های «أبدعوا، تُساعد» دارای یک حرف زائد هستند. «نُشرت، خرج» ثلاثی مجرد هستند و «تفرّقوا، تغلب» در باب «تفعل» و دارای دو حرف زائد هستند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. «أستمع» باب افتعال و مزید ثلاثی بزیادة حرفین «الف». در سایر گزینه‌ها:  
(۱) «تُحاول»: باب مفاعلة (حرف زائد: الف) / (۳) «استتج»: باب استفعال (حروف زائد: الف، س، ت) / (۴) «یکبّرون»: باب تفعیل (حرف زائد: ب)

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معنای عبارت: «می‌دانیم که هیچ پیشرفتی در تنبلی و نادانی و عدم فعالیت نیست.» با توجه به معنای عبارت، «لا» از نوع نفی جنس است.  
ترجمه و بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): چرا برای خودت از خوبی چیزی پیش نمی‌فرستی تا آن را در روز قیامت نزد خدا بیابی؟  
گزینه (۲): ای دانش‌آموزان، اگر در درس‌هایتان تلاش نکنید در امتحانات خود موفق نخواهید شد.  
گزینه (۴): مؤمنان کاری را که می‌ترسند خدا آن را بداند، انجام نمی‌دهند.  
با توجه به معنای عبارت‌ها، در هر سه گزینه، «لا» ی نفی به‌کار رفته است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ترجمه‌ی صورت سؤال: «مشخص کن آنچه را که به وقوعش امید نداریم»؛ «لیت» به معنی «کاش» یکی از حروف مشبّهة بالفعل است که بر آرزوهای دور و دراز و نزدیک به محال دلالت دارد؛ بنابراین گزینه‌ی ۳ جواب است. دقت کنید که «لعل» به معنی «شاید، امید است» بر امیدواری و آرزوهای نزدیک دلالت دارد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در این گزینه «یوم» اسم لای نافیه للجنس است و فتحه می‌گیرد (مبنی علی الفتح)، البعث: مضاف‌الیه و مجرور، و «نعلم» فعل مضارع منفی می‌باشند، لذا این گزینه صحیح می‌باشد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در این گزینه «غافلین» خبر «کان» المفرد و منصوب بالياء می‌باشد، اما در گزینه‌های دیگر «بسیطة»، «نقوداً»، «المؤمنون» از نظر علامت اعرابی درست به‌کار نرفته‌اند و صحیح آن‌ها «بسیطة، نقود، المؤمنین» می‌باشد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. درخواست از اولیای الهی برای اجابت خواسته‌ها منافاتی با توحید ندارد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. عبارت «وَ هُوَ الْوَاحِدُ الْقَهَّارُ»: «و او یکتای مقتدر است.»، بدین معناست که خداوند از هیچ جهت محدود نیست و چنان بی‌کران است که جای خالی برای غیر باقی نگذاشته است تا آن غیر، خود را نشان دهد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برترین عبادت، اندیشیدن مداوم درباره‌ی خدا و قدرت اوست، یعنی تفکر در صفات خدا. طبق آیه «اللّه نور السّمّوات و الارض»، هر موجودی در حد خودش تجلی‌بخش خداوند و نشانگر حکمت، قدرت، رحمت و سایر صفات الهی است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. عبارت «اللهم لا تكلنی الى نفسی طرفة عین ابدأ» با رابطه افزایش خودشناسی ← درک بیشتر فقر و نیاز ← افزایش عبودیت و بندگی مرتبط است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر کسی به تدبیر جهان به چند خالق معتقد باشد دچار شرک در ربوبیت شده است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. طبق آیهی «اللَّهُ نُورُ السَّمَاوَاتِ وَ الْأَرْضِ...»، خداوند نور هستی است. یعنی تمام موجودات، «وجود» خود را از او می‌گیرند و به سبب او پیدا و آشکار شده و پا به عرصه‌ی هستی می‌گذارند. در واقع، هر موجودی در حدّ خودش تجلی‌بخش خداوند و نشان‌گر حکمت، قدرت، رحمت و سایر صفات الهی است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. این بیت «جامی» مربوط به مقدمه‌ی دوم استدلال نیازمندی جهان به خدا در پیدایش است و یادآور این مضمون است که پدیده‌ها، که وجودشان از خودشان نیست، برای موجود شدن نیازمند به پدیدآورنده‌ای هستند که خودش پدیده نباشد، بلکه وجودش از خودش باشد، همان‌طور که چیزهایی که شیرین نیستند، برای شیرین شدن نیازمند به چیزی هستند که خودش شیرین باشد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. همان‌گونه که درخواست از پزشک برای درمان بیمار با توحید در ربوبیت منافاتی ندارد، درخواست از اولیای الهی برای شفای بیماران نیز منافاتی با توحید در ربوبیت ندارد که آیه‌ی شریفه‌ی «افرایتم ما تحرثون ا انتم تزرعونه...» مرتبط با این مفهوم است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. خداوند که تنها خالق تمام جهان است، به‌طور طبیعی، تدبیر و پرورش همه‌ی مخلوقات را نیز در اختیار دارد. آیه‌ی «افرایتم ما تحرثون ا انتم تزرعونه ام نحن الزارعون» بیان‌گر این مرتبه‌ی توحید یعنی توحید در ربوبیت است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. آیات ۱۲ - ۱۰، سوره‌ی مطففین دلایل انکار معاد را بیان می‌کنند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

قرآن نیز اینگونه بر کم ارزش بودن زندگی دنیوی و حقیقی بودن زندگی آخرت تأکید می‌نماید.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. امام حسین (ع) خطاب به یاران خود فرمود: «مرگ چیزی نیست مگر پلی که شما را از ساحل سختی‌ها به ساحل سعادت و کرامت و بهشت‌های پهناور و نعمت‌های جاوید عبور می‌دهد.» برگزیدن یکی از دو راه، اشاره به سرمایه‌ی اختیار در انسان دارد که در آیه «إِنَّا هَدَيْنَاهُ السَّبِيلَ إِمَّا شَاكِرًا وَإِمَّا كَفُورًا» تجلی یافته است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. قرآن نیز این‌گونه بر کم‌ارزش بودن زندگی دنیوی و حقیقی بودن زندگی آخرت تأکید می‌کند و ان الدار الآخرة لهی الحيوان: و سرای آخرت زندگی حقیقی است - انا هدیناه السبیل اما شاکراً و اما کفوراً

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در استدلال‌هایی که بر امکان معاد دلالت دارند:

۲- قرآن برای این‌که قدرت خدا را به صورت محسوس‌تری در این زمینه نشان دهد ماجراهایی را نقل می‌کند... از آن جمله می‌توان به ماجرای عزیر نبی علیه‌السلام اشاره کرد ۳- اشاره به نظام مرگ و زندگی در طبیعت

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. خداوند در پاسخ به تردیدکنندگان در معاد جسمانی فرمود: «همان خدایی که برای نخستین بار آفرید و او به هر خلقتی داناست.»

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برخی معتقدان به معاد به دلیل فرورفتن در هوس‌ها، دنیا را معبود قرار می‌دهند و از یاد آخرت غافل می‌شوند و از این رو، زندگی و رفتار آنان با منکران معاد تفاوتی ندارد.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. حفظ سلامتی و تندرستی و دست یافتن به آگاهی با مطالعه‌ی بیشتر، مربوط به نتیجه‌ی طبیعی خود عمل است که نمی‌توان با وضع قوانین آن را تغییر داد بلکه باید خود را با آن هماهنگ کرد.

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. حکیم کسی است که کارهایش هدفمند است و به نتایج صحیح و درست منتهی می‌شود. از این رو خداوند اگر تمایلاتی در وجود موجودی قرار داده، پاسخ مناسب آن را هم پیش‌بینی کرده است. به‌طور مثال، در مقابل احساس تشنگی و گرسنگی حیوانات، آب و غذا را آفرده تا بتواند تشنگی و گرسنگی خود را برطرف نماید. آیه‌ی ۱۱۵ سوره‌ی مؤمنون: «فحسبتم انما خلقناکم عبثاً» نیز بر موضوع عبث نبودن آفرینش موجودات اشاره دارد و ضرورت معاد بر اساس حکمت الهی را تأیید می‌کند.

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. اولین پیامد نگرش الهی نسبت به مرگ، بیرون آمدن زندگی از بن‌بست و باز شدن پنجره‌ی امید و روشنائی به روی انسان و ایجاد شور و نشاط و انگیزه‌ی فعالیت و کار در زندگی است. قرآن کریم در این باره می‌فرماید: «من آمن بالله و اليوم الآخر و عمل صالحاً فلا خوفٌ علیهم و لا هم یحزنون، هر که به خداوند و روز آخرت ایمان بیاورد و کار شایسته انجام دهد پس نه ترسی بر آن‌هاست و نه غمگین می‌شوند.»

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

A: چرا نیاز داری که چمدان من را قرض بگیری؟

B: قصد دارم ماه بعد به دیدن مادرم در اسکاتلند بروم.

توضیح: از "be going to" برای اشاره به انجام کاری در زمان آینده با قصد و برنامه‌ریزی قبلی استفاده می‌شود.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. «هوا امروز ابری است. حتماً باران می‌بارد.» در این تست براساس شواهد (ابر) پیش‌بینی می‌شود که باران ببارد، بنابراین از «be going to» استفاده می‌شود.

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. آینده ساده با فعل + be going to. قصد دارم به او کمک کنم. (۰/۵)

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دقت کنید که فاعل اصلی این جمله reading است (نه these books) که مفرد است. پس باید فعل نیز با آن مطابقت داشته باشد (رد گزینه‌های ۲ و ۴). همچنین نقش reading برای فعل Suggest (پیشنهاد کردن) مفعولی است و نیاز به ساختار مجهول داریم (رد گزینه‌های ۱ و ۲).

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. فعل Lock در جمله فوق مجهول بوده و قبل از فعل اصلی انجام شده‌است لذا برای نشان دادن آن از اسم مصدر کامل به صورت مجهول استفاده می‌شود.

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به وجود قید منفی hardly، سؤال کوتاه آخر جمله باید مثبت باشد و چون فعل let گذشته است. (اگر زمان حال بود با توجه به فاعل سوم شخص مفرد باید S سوم شخص می‌گرفت). باید از فعل کمکی did استفاده شود.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ترجمه: به دلیل ایهام زیاد نسبت به وضعیت آب‌وهوا در این موقع از سال، تصمیم گرفتیم که عروسی را داخل برگزار کنیم.

(۱) ایهام (۲) شهادت (۳) تخفیف (۴) تصمیم

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

ترجمه‌ی جمله: ما می‌دانیم که شاید تیم بهترین بازیکن‌ها رو نداشته باشد، اما آنها با تمام توان بازی می‌کنند.

(۱) ورودی، مدخل کلمه در دیکشنری (۲) قدرت، توان (۳) شکست (۴) حجم، جلد و نسخه کتاب



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ترجمه جمله: «بین آن دو برادر با توجه به رفتارهایشان و همچنین ثروتشان تفاوت‌های قابل توجهی وجود دارد. البته به هر دوی آن‌ها از طرف پدرشان اموال مساوی به ارث گذاشته شده است.»

(۱) فشار (۲) حافظه (۳) فرآیند (۴) احترام

نکته مهم درسی:

عبارت "with respect to" به معنی «با توجه به» به کار می‌رود.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فکر می‌کنم که این خلاف اصول اخلاقی (principle) باشد که در امتحان تقلب کنیم.

(۱) اصول (principle) (۲) حیف (۳) تبلت (۴) ابزار

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. این وظیفه (duty) معلم است که سعی کند به جوانان چیزی را که لازم دارند بیاموزند.

(۱) حس (۲) شکل (۳) دفتر خاطرات (۴) وظیفه (duty)

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

(۱) اجازه دادن (۲) بهبود دادن (۳) تلاش کردن (۴) فراهم کردن

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ترتیب کلمات در گزینه سوم صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

(۱) فهمیدن (۲) کنار آمدن با (۳) مراقب چیزی / کسی بودن (۴) فکر کردن به

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

(۱) اقتصاد (۲) کیفیت (۳) عکس (۴) منشا

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ترجمه: «خریدن چیزهایی که قابل خرید هستند منطقی است.»

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ترجمه‌ی متن:

«نیروگاه‌های هسته‌ای در جهان، ذخایر زیادی از زباله‌های با رادیواکتیو بالا را جمع‌آوری کرده‌اند. در سراسر جهان، زباله‌های سطح بالا در حال حاضر در سطح زمین ذخیره می‌شود، و هیچ دولتی سیاست مشخصی در زمینه نابودی آن نداشته است. در حالی که اکثر کارشناسان معتقدند که دفن زباله امن‌ترین شرط در طولانی مدت است، مشکل یافتن سایت‌هایی است که همه می‌توانند به توافق برسند که از نظر زمین‌شناسی پایدار است. از بین رفتن ایزوتوپ‌های رادیواکتیو با رها کردن حرارت است. در نتیجه، زباله‌های سطح بالا باید مداوم خنک شوند؛ در غیر این صورت، آن به شکل خطرناکی گرم می‌شود. به همین دلیل است که بسیاری از کارشناسان می‌خواهند پس از تخریب، زباله‌ها را از سطح زمین ذخیره کنند تا به اندازه کافی سرد باشند که بتوانند در مخازن ذخیره شده صدها متر زیرزمین ذخیره شوند. با این حال، براساس یک نظریه اخیر، پسماند باید تا چهار کیلومتر در حفره‌ی عمیقی پایین برده شود. ترفند این است که از گرما تولید شده توسط ضایعات به منظور جوش آوردن سنگ اطراف بهره‌برداری شود و شامل هر رادیواکتیو نشی شود.»

.....

از این بند مشخص است که دفع زباله‌های رادیواکتیو .....

- (۱) دانشمندان در رابطه با دولت‌ها با رضایت‌مندی برخورد کرده‌اند.
- (۲) مشکلی است که هر دولت باید برای کشور خود تصمیم بگیرد.
- (۳) یک مسئله جهانی بزرگ باقیمانده است.
- (۴) یک مشکل است که به اندازه کافی مورد توجه قرار نگرفته شده است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. همان‌طور که در این بند اشاره شده است در بسیاری از صادرات نظر بر این هست که پسماندهای رادیواکتیو ..... .

- (۱) هرگز نباید زیر زمین ذخیره شود، زیرا بعد از آن نمی‌تواند نظارت شود.
- (۲) نباید زیر زمین ذخیره شود در حالی که ایزوتوپ‌های رادیواکتیو همچنان مقدار قابل توجهی از گرما را ساطع می‌کند.
- (۳) هنگامی که در زمین ذخیره می‌شود، نیازی به خنک کردن ندارد.
- (۴) می‌تواند به طور امن برای خنک کردن زیر زمین در مخازن مهر و موم شده قرار بگیرد.

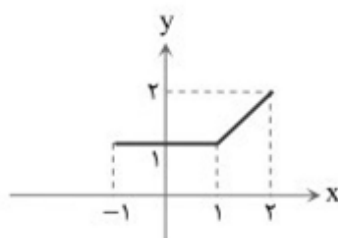
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. متن یک روش جدید که هنوز فقط یک نظریه هست را برای دفع زباله‌های رادیواکتیو ..... توصیف می‌کند.

- (۱) که حفره‌های سوراخ‌دار را استفاده می‌کند تا برای همه‌ی سایت‌ها مناسب
- (۲) در عمق قابل ملاحظه‌ای کم‌تر از آنچه که معمولاً توصیه می‌شود، اما سایت انتخاب شده باید از شرایط خاص زمین‌شناسی برخوردار باشد.
- (۳) که متأسفانه وقت لازم برای خنک کردن زباله را قبل از دفع نهایی افزایش می‌دهد.
- (۴) که در آن ایزوتوپ‌های رادیواکتیو از آزاد کردن گرما جلوگیری می‌شود.

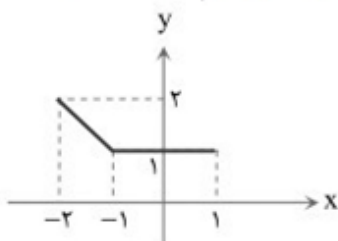
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. لغتی که زیر آن خط کشیده شده نزدیک‌ترین معنی آن جمع‌آوری کردن است.

- (۱) جمع‌آوری کردن      (۲) تولید کردن      (۳) هشدار دادن      (۴) ارتباط برقرار کردن

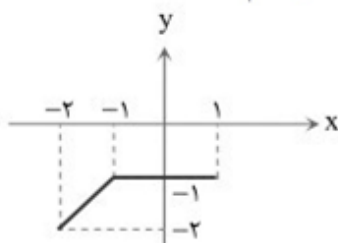
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای رسم نمودار  $-f(-x+1)$  از روی نمودار  $f(x)$ ، ابتدا آن را یک واحد به چپ منتقل می‌کنیم:  $f(x+1)$



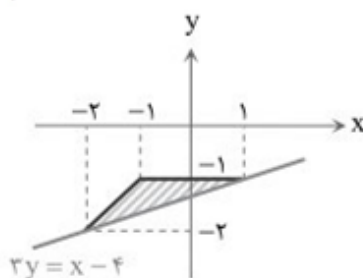
سپس نمودار حاصل را نسبت به محور  $y$  ها قرینه می‌کنیم:  $f(-x+1)$



و در نهایت آن را نسبت به محور  $x$  ها قرینه می‌کنیم:



حال نمودار به دست آمده را به همراه خط  $3y = x - 4$  در یک دستگاه رسم می‌کنیم:



$$S = \frac{1 \times 2}{2} = 1$$

ناحیه‌ی به دست آمده یک مثلث است که طول یک قاعده و ارتفاع آن ۲ و ۱ است، پس:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر طول نقاط روی نمودار تابع  $y = f(x)$  را نصف کنیم، ضابطه‌ی تابع جدید  $y = f(2x)$  خواهد بود حال اگر عرض آن‌ها را سه برابر کنیم، ضابطه‌ی تابع  $y = 3f(2x)$  خواهد بود. اگر نمودار را دو واحد به سمت چپ منتقل کنیم، ضابطه‌ی تابع  $y = 3f(2(x+2))$  یا  $y = 3f(2x+4)$  خواهد بود و اگر نمودار را نسبت به محور عرض‌ها قرینه کنیم، ضابطه‌ی تابع جدید به صورت  $y = 3f(-2x+4)$  خواهد بود.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای آن که تابع درجه دوم  $y = ax^2 + bx + c$  در فاصله  $[x_0, +\infty)$  صعودی اکید باشد بایستی  $x_0 \leq -\frac{b}{2a}$  باشد. پس در این سؤال:

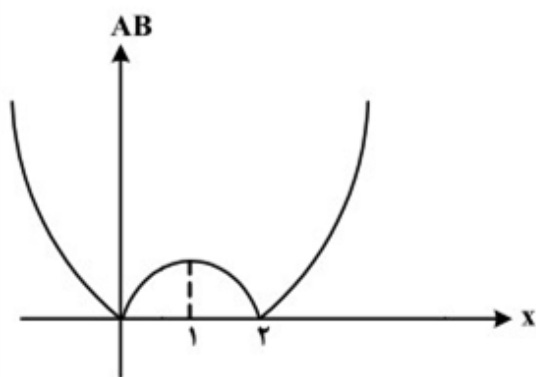
$$-\frac{a}{2 \times 1} \leq 2 \Rightarrow \frac{a}{a-1} \geq -2 \Rightarrow \frac{a}{a-1} + 2 \geq 0 \Rightarrow \frac{5a-2}{a-1} \geq 0 \Rightarrow a \leq \frac{2}{5} \text{ یا } a > 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.  
روش اول: با توجه به نمودار دو تابع، فاصله عمودی (طول AB) در بازه  $(2, +\infty)$  و  $(0, 1)$  اکیداً صعودی است، پس حداکثر مقدار a برابر ۱ می‌باشد.

روش دوم: فاصله عمودی دو تابع برابر  $|x^2 - 2x|$  است.

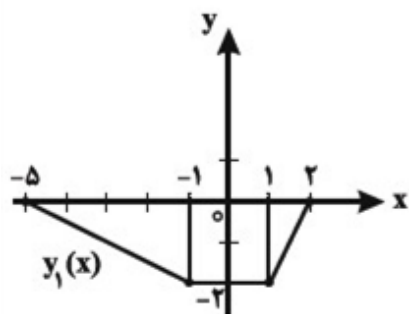
$$AB = |x^2 - 2x| = |x^2 - 2x + 1 - 1| = |(x-1)^2 - 1|$$

که نمودار آن به فرم زیر است:



با توجه به نمودار مقدار AB در دو بازه  $(0, 1)$  و  $(2, +\infty)$  اکیداً صعودی و حداکثر مقدار a برابر ۱ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر نمودار تابع  $f(x)$  را نسبت به محور  $x$  ها قرینه کنیم و سپس یک واحد به سمت چپ انتقال دهیم، به نمودار تابع  $y_1(x) = -f(x+1)$  خواهیم رسید:



حال با دقت به دو نمودار  $y_1(x)$  و  $g(x)$  درمی‌یابیم که برای رسیدن به نمودار تابع  $g(x)$ ،  $y_1(x)$  را باید در راستای افقی، دو برابر منقبض کنیم و سپس دو واحد در راستای عمودی به سمت بالا انتقال دهیم. یعنی:

$$g(x) = 2 + y_1(2x) \Rightarrow g(x) = 2 - f(2x + 1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 2 \end{cases} \Rightarrow 2m + n = 6$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

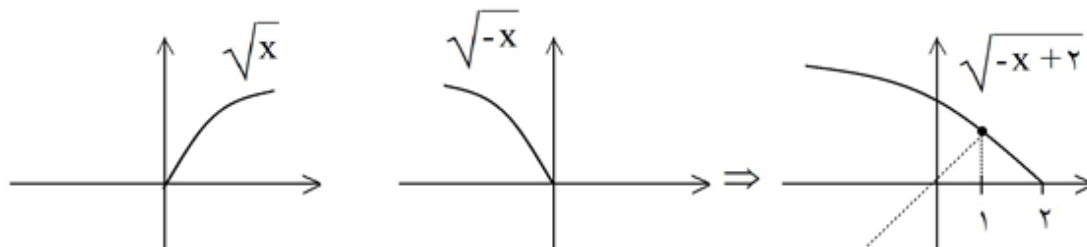
$$f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f(-x) = \sqrt{-x} \xrightarrow{\text{انتقال}} f(2-x) = \sqrt{-x+2}$$

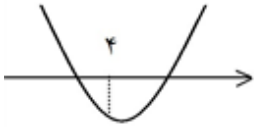
$$y = x \text{ محل برخورد با } \sqrt{-x+2} = x \Rightarrow x^2 = -x+2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x+2) = 0 \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

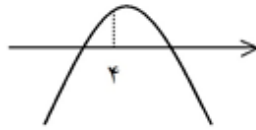
$$x = 1 \Rightarrow \sqrt{-1+2} = 1 \checkmark \quad x = -2 \Rightarrow \sqrt{-(-2)+2} = -2 \times$$

روش دوم:





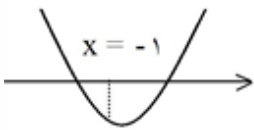
$$a > 0 \\ f(4) < 0$$



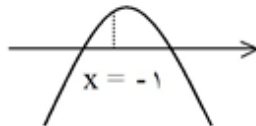
$$a < 0 \\ f(4) > 0$$

$$\Rightarrow a \times f(4) < 0$$

$$\Rightarrow mf(4) < 0 \Rightarrow m(16m + 4m + 20 - 10) < 0 \Rightarrow m(20m + 10) < 0 \Rightarrow -\frac{1}{2} < m < 0$$



$$a > 0 \\ f(-1) < 0$$



$$a < 0 \\ f(-1) > 0$$

$$\Rightarrow a \times f(-1) < 0$$

$$\Rightarrow a \times (a(-1)^2 + (a^2 - 3a)(-1) - 3) \Rightarrow a(-a^2 + 3a + a - 3) < 0$$

$$\Rightarrow a(-a^2 + 4a - 3) < 0 \xrightarrow{\times (-1)} a(a^2 - 4a + 3) > 0$$

$$\begin{cases} a = 0 \\ a = 1 \\ a = 3 \end{cases}$$

$$\text{مجموعه جواب} = (0, 1) \cup (3, +\infty)$$

a	0	1	3
a	-	+	+
$a^2 - 4a + 3$	+	+	-
P	-	+	-
$P > 0$		ج	ج



$$-\frac{b}{2a} = 0 \Rightarrow b = 0 \Rightarrow y = ax^2 + c$$

$$ax^2 + c = 0 \Rightarrow x^2 = -\frac{c}{a}$$

$ac < 0$  بنابراین  $-\frac{c}{a} > 0$  در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} x_1 = +\sqrt{-\frac{c}{a}} \\ x_2 = -\sqrt{-\frac{c}{a}} \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 0$$

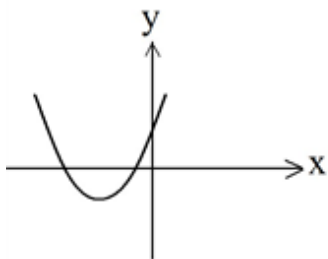
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. محل برخورد تابع با محور  $x$  ها ۲ و ۵ است. بنابراین معادله‌ی سهمی به صورت زیر است.

$$y = a(x-2)(x-5) \xrightarrow[y=1]{x=0} 10 = a(0-2)(0-5) \Rightarrow a = 1$$

$$y = x^2 - 7x + 10 \Rightarrow x^2 - 7x + 10 = 4x - 8 \Rightarrow x^2 - 11x + 18 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-9) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 9 \end{cases}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای این که نمودار یک سهمی، فقط از ربع چهارم نگذرد، باید به شکل زیر باشد: در نتیجه این سهمی، باید رو به بالا باشد و دو ریشه‌ی منفی داشته باشد، یا یک ریشه‌ی منفی و یک ریشه‌ی صفر.



$$\Delta > 0 \Rightarrow 5^2 - 4(1)(3m-2) > 0$$

$$\Rightarrow 25 - 12m + 8 > 0 \Rightarrow 12m < 33 \Rightarrow m < \frac{33}{12}$$

همواره برقرار است.  $S < 0 \Rightarrow -\frac{b}{a} = -\frac{5}{1} < 0$

شرط هر دو ریشه منفی یا یکی منفی و یکی صفر  $P \geq 0 \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{3m-2}{1} \geq 0 \Rightarrow m \geq \frac{2}{3}$

همواره برقرار است:  $a > 0 \Rightarrow 1 > 0$  شرط رو به بالا بودن

سرانجام باید بین همه‌ی جواب‌ها اشتراک می‌گیریم:

$$\frac{2}{3} \leq m < \frac{33}{12}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع  $f$  به صورت  $f(x) = ax + b$  در نظر می‌گیریم در واقع  $f(6) = 6a + b$  باید محاسبه شود بنابه مفروضات مسأله داریم:

$$4 \leq 2a + b \leq 9 \quad \text{الف)} \quad 3 \leq 3a + b \leq 7 \quad \text{ب)}$$

حال کافی است نامساوی (الف) را در ۳- و نامساوی (ب) را در ۴ ضرب کنیم و نتایج حاصل را با هم جمع نماییم در این صورت خواهیم داشت:

$$12 - 27 \leq -6a - 3b + 12a + 4b \leq 28 - 12 \Rightarrow -15 \leq 6a + b \leq 16$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر  $a > 0$  باشد، نقطه‌ی می‌نیم تابع  $y = ax^2 + bx + c$  به مختصات  $\left( -\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a} \right)$  است.

برای این‌که منحنی درجه دوم مذکور نقطه‌ی می‌نیم داشته باشد، باید  $m > 0$  باشد. از طرفی نقطه‌ی می‌نیم آن

$$\left( -\frac{1}{2m}, \frac{4m-1}{4m} \right) \text{ است. می‌دانیم برای این‌که نقطه‌ی } \left( \frac{\alpha}{\beta} \right) \text{ در ناحیه‌ی اول یا سوم باشد، باید } \alpha\beta > 0. \text{ بنابراین:}$$

$$\frac{-1}{2m} \times \frac{4m-1}{4m} > 0 \Rightarrow \frac{-4m+1}{8m^2} > 0 \Rightarrow -4m+1 > 0 \Rightarrow m < \frac{1}{4} \xrightarrow{m > 0} 0 < m < \frac{1}{4}$$

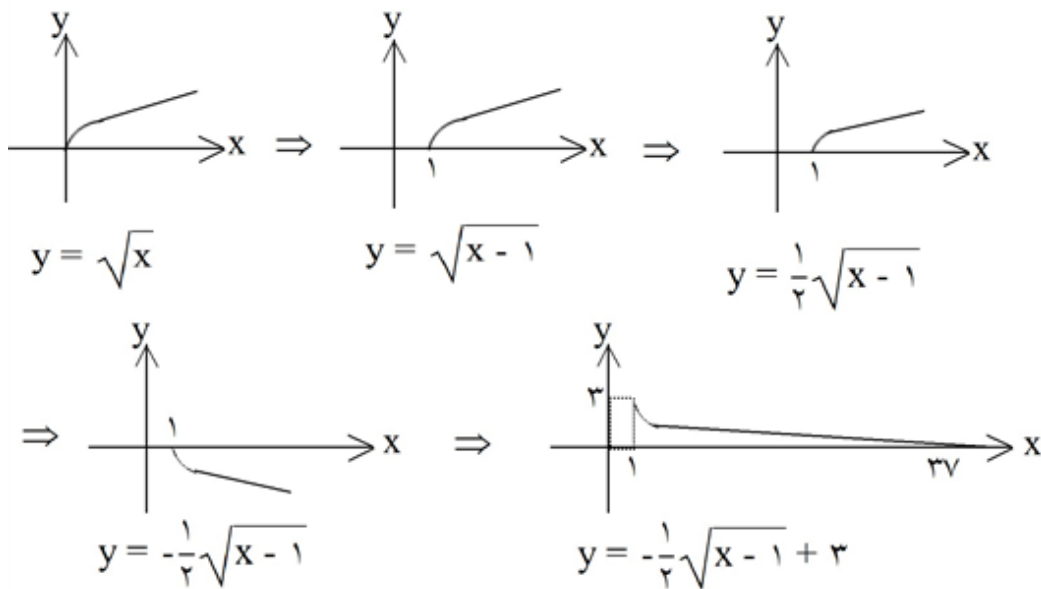
گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$y = f(x) \xrightarrow{(1)} y = \frac{f(x)}{2} \xrightarrow{(2)} y = \frac{-f(x)}{2} \xrightarrow{(3)} y = \frac{-f(x+3)}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} d &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ y &= \frac{1}{2}x^2 - 5 \Rightarrow 2y = x^2 - 10 \Rightarrow x^2 = 2y + 10 \end{aligned} \right\}$$

$$d = \sqrt{y^2 + 2y + 10} = \sqrt{(y+1)^2 + 9} \Rightarrow \min d = \sqrt{9} = 3$$



$$2x^2 + (3m-1)x + m^2 - 1 = 0$$

$$\begin{cases} m^2 - 1 \geq 0 \\ 3m - 1 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |m| \geq 1 \\ m < \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow m \leq -1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به مختصات رأس، ضابطه‌ی تابع مورد نظر به صورت  $y = a(x-2)^2 + 3$  است. خط قائم گذرنده از رأس این تابع درجه‌ی دوم، یعنی خط به معادله‌ی  $x=2$ ، محور تقارن آن است. با توجه به شکل زیر و مفروضات مسأله، نمودار سهمی، محور  $x$  ها را در دو نقطه‌ی  $A$  و  $B$  که هر یک به فاصله‌ی ۳ واحد از محور تقارن قرار دارند، قطع می‌کند. پس نتیجه می‌شود:  $A(5,0)$  و  $B(-1,0)$ . حال با جایگزین کردن مختصات یکی از این دو نقطه مثلاً  $A(5,0)$  در ضابطه‌ی سهمی، مقدار  $a$  به دست می‌آید:  $0 = a(5-2)^2 + 3 \Rightarrow a = -\frac{1}{3}$  و معادله‌ی سهمی معلوم می‌شود:  $y = -\frac{1}{3}(x-2)^2 + 3$  اگر در ضابطه‌ی تابع  $x_0 = 0$  را قرار دهیم، عرض تابع با محور  $y$  ها پیدا می‌شود:

$$y_0 = -\frac{1}{3}(0-2)^2 + 3 = \frac{5}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در توابعی به شکل کلی  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ، تابع با شرط  $ad - bc \neq 0$  وارون‌پذیر است و شرط این که  $f^{-1}(x) = f(x)$  باشد این است که  $a + d = 0$  باشد. می‌توان با توجه به نکته‌ی فوق، حل سؤال را به صورت زیر نوشت:

$$m + 2m - 6 = 0 \Rightarrow 3m = 6 \Rightarrow m = 2$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۰۰

$$\begin{aligned} f(x) &= ax + b \\ f(x+2) &= a(x+2) + b = ax + 2a + b \\ f(x+2) + f(x) &= 6x + 10 \Rightarrow ax + 2a + b + ax + b = 6x + 10 \\ \Rightarrow 2ax + 2a + 2b &= 6x + 10 \Rightarrow \begin{cases} 2a = 6 \Rightarrow a = 3 \\ 6 + 2b = 10 \Rightarrow 2b = 4 \Rightarrow b = 2 \end{cases} \\ f(x) &= 3x + 2 \\ f^{-1}(-13) &= k \Rightarrow f(k) = -13 \Rightarrow 3k + 2 = -13 \Rightarrow 3k = -15 \Rightarrow k = -5 \end{aligned}$$

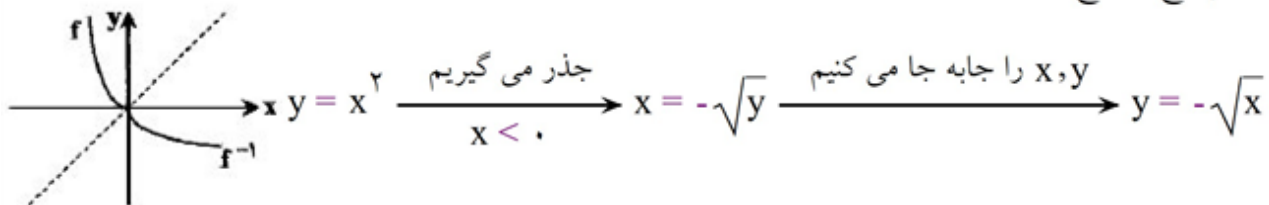
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای آنکه تابع در کل اعداد حقیقی یک به یک باشد باید درجه ۲ نباشد. بنابراین ضریب  $x^2$  را صفر قرار می‌دهیم.

$$\begin{aligned} a - 3 &= 0 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow f(x) = 2x + 8 \\ f^{-1}(3) &= k \Rightarrow f(k) = 3 \Rightarrow 2k + 8 = 3 \Rightarrow k = -\frac{5}{2} \\ [f^{-1}(3)] &= \left[-\frac{5}{2}\right] = -3 \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۰۲

$$\begin{aligned} (1, f^{-1}(1)) &\in f^{-1} \Rightarrow (f^{-1}(1), 1) \in f \Rightarrow \begin{cases} x = f^{-1}(1) \Rightarrow 3 + f^{-1}(1) = 4f^{-1}(1) - 9 \\ f(x) = 1 \end{cases} \\ \Rightarrow 12 &= 3f^{-1}(1) \Rightarrow f^{-1}(1) = 4 \\ 3f(x) + 4 &= 4x - 9 \Rightarrow 3f(x) = 4x - 13 \Rightarrow f(x) = \frac{4x - 13}{3} \Rightarrow f(5) = \frac{7}{3} \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۰۳



$$f(x) = \begin{cases} 3x & x \geq 0 \Rightarrow \text{وارون: } y = 3x \Rightarrow x = \frac{y}{3} \\ x & x < 0 \Rightarrow \text{وارون: } y = x \Rightarrow x = y \end{cases}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x}{3} & x \geq 0 \\ x & x < 0 \end{cases} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x - |x|}{3}$$

۱۰۵

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = [x] + (x - [x])^3 \Rightarrow [y] = \left[ [x] + (x - [x])^3 \right] \Rightarrow [y] = [x] + \left[ (x - [x])^3 \right]$$

$$\in \mathbb{Z}$$

می‌دانیم  $0 \leq x - [x] < 1$  پس اگر به توان  $n \in \mathbb{N}$  برسد، داریم:

$$[y] = [x] + 0 \Rightarrow [x] = [y] \xrightarrow{\text{در تابع اصلی قرار می‌دهیم.}} y = [y] + (x - [y])^3$$

$$\Rightarrow y - [y] = (x - [y])^3 \Rightarrow x - [y] = \sqrt[3]{y - [y]} \Rightarrow x = [y] + \sqrt[3]{y - [y]}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = [x] + \sqrt[3]{x - [x]}$$

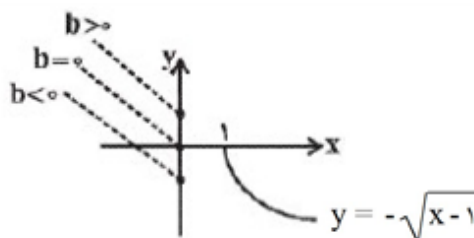
۱۰۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f^{-1}(x) = \frac{-3x-1}{x-2} \Rightarrow \frac{-3x-1}{x-2} = \frac{2x-1}{x+3} \Rightarrow x^2 + x + 1 = 0 \xrightarrow{\Delta < 0} f, f^{-1} \text{ غیر متقاطع}$$

۱۰۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



با توجه به نمودار  $y = -\sqrt{x-1}$ ، برای این که نمودار تابع  $f$  یک به یک باشد، باید شیب خط  $y = ax + b$  ( $x \leq 0$ )

$$\begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$$

منفی باشد و عرض از مبدأ آن بزرگ‌تر از صفر باشد. بنابراین:

۱۰۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۱۰۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$-4 \leq x \leq 8 \Rightarrow -2 \leq \frac{2-x}{3} \leq 2 \Rightarrow -2 \leq -\frac{x}{3} \leq 2$$

$$\Rightarrow -4 \leq x \leq 4 \Rightarrow D = [-4, 4]$$

$$-2 \leq y \leq 3 \Rightarrow 1 \leq 2-y \leq 4 \Rightarrow R \cup D = [-4, 4]$$

۱۱۰

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

اگر  $x = \alpha$  یک صفر تابع  $f(x)$  باشد آن‌گاه  $x = \frac{\alpha-2}{-3}$  یک صفر تابع  $f(2-3x)$  است.

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 = 7$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = \frac{(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5) - 10}{-3} = \frac{7-10}{-3} = 1$$

$$A + B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}, B - A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow (A + B)^{-1} = \frac{1}{15} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$, (B - A)^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

حال طرفین تساوی داده شده را از چپ در  $(A + B)^{-1}$  و از راست در  $(B - A)^{-1}$  ضرب می‌کنیم. داریم:

$$(A + B)^{-1} (A + B) X (B - A) (B - A)^{-1} = (A + B)^{-1} I (B - A)^{-1} \Rightarrow X = \frac{1}{15} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} \frac{1}{45} & \frac{2}{9} \\ -\frac{4}{45} & \frac{1}{9} \end{bmatrix}$$

پس مجموع درایه‌های ستون دوم ماتریس  $X$  برابر  $\frac{1}{3} = \frac{1}{9} + \frac{2}{9}$  است.

نکته: ماتریس  $A^T$  (ترانهای ماتریس  $A$ ) ماتریسی است که از تعویض جای سطرها و ستون‌های ماتریس  $A$  حاصل می‌شود. (این تعریف در کتاب هندسه ۳ نظام جدید وجود ندارد)

$$AA^T = \begin{bmatrix} 1 & a & 3 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ a & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^2 + 10 & a + 2 \\ a + 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$AA^T B = 52I \Rightarrow |AA^T B| = |52I| \Rightarrow |AA^T| |B| = 52^2 \times 1 \Rightarrow [3(a^2 + 10) - (a + 2)^2] \times 104$$

$$= 52^2 \Rightarrow 3a^2 + 30 - a^2 - 4a - 4 = 26 \Rightarrow 2a^2 - 4a = 0 \Rightarrow 2a(a - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 2 \end{cases}$$

بنابراین مجموع مقادیر ممکن برای  $a$ ، برابر ۲ است.

$$AB = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 + 3a & -8 + 2a \\ b + 3c & -2b + 2c \end{bmatrix}$$

در یک ماتریس اسکالر، درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی برابر صفر هستند و درایه‌های واقع بر قطر اصلی با هم

$$\begin{cases} -8 + 2a = 0 \Rightarrow a = 4 \\ b + 3c = 0 \\ -2b + 2c = 4 + 3a \xrightarrow{a=4} -2b + 2c = 16 \end{cases}$$

برابرند، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} b + 3c = 0 \\ -2b + 2c = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -6 \\ c = 2 \end{cases}$$

$$a + b + c = 4 - 6 + 2 = 0$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} -\sqrt{3} & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & -\sqrt{3} \end{bmatrix} = -\sqrt{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^4 = 64 \begin{bmatrix} 2 & -2\sqrt{3} \\ 2\sqrt{3} & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^6 = -2^7 \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = -2^{10} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^{12} = 2^{20} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

پس  $A^{12}$  ماتریس اسکالر است.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = I \Rightarrow A^4 = I \Rightarrow A^{2n} = I$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow B^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \times 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow B^n = \begin{bmatrix} 1 & 2n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow C^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow C^n = \begin{bmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow C^4 = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

عبارت:  $\left( \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times I + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^4 = \left( I + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^4 \times \left( \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^4$

$$= \left( \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^4 \times \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}^4 \times \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= 2^4 \times \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^4 \times \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 2^4 \times \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^5$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = C^4, \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = B^2$$

عبارت =  $16C^{20}$ , عبارت =  $16B^{10}$

$$(A - 3B)(A + 5B) = A^2 + 2AB - 15B^2$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 6 & 2 & 0 \\ 4 & 8 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -30 & -15 & -30 \\ -30 & -15 & -15 \\ -15 & 0 & 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -25 & -7 & -23 \\ -220 & -14 & -12 \\ -8 & 10 & 18 \end{bmatrix}$$

$$|(A - 3B)(A + 5B)| = -25(-132) + 7(-492) - 23(-332) = 7492$$



$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 3 & 1 & a \\ 4 & -1 & -1 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{بسط حول ستون اول}} 2(-1 + a) - 3(-1 - 2) + 4(a + 2)$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 3 & 1 & a \\ 4+3 & -1 & -1 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{بسط حول ستون اول}} 2(-1 + a) - 3(-1 - 2) + 7(a + 2)$$

با برابر قرار دادن این دو دترمینان و حذف جملات مانند هم داریم:

$$4a + 8 = 7a + 14 \Rightarrow 3a = -6 \Rightarrow a = -2$$

$$A^2 = A + I \xrightarrow{\text{طرفین را در } A \text{ ضرب می کنیم}} A^3 = A^2 + A \Rightarrow A^3 = (A + I) + A$$

$$A^3 = 2A + I \xrightarrow{\text{طرفین را در } A \text{ ضرب می کنیم}} A^4 = 2A^2 + A \Rightarrow A^4 = 2(A + I) + A$$

$$A^4 = 3A + 2I \xrightarrow{\text{طرفین را در } A \text{ ضرب می کنیم}} A^5 = 3A^2 + 2A$$

$$\Rightarrow A^5 = 3(A + I) + 2A \Rightarrow A^5 = 5A + 2I$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر  $C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ x & 0 & z \end{bmatrix}$  داریم  $B = CA$ ،  $|C| = x + z$ ، در نتیجه داریم:

$$|B| = (x + z)|A|$$

$$\frac{|A^2 + I|}{|A + I|} = \frac{|A^2 + A^3|}{|A + I|} = \frac{|A^2(A + I)|}{|A + I|} = \frac{|A^2||A + I|}{|A + I|} = |A^2| = 1$$

توجه کنید  $A^3 = I$  می باشد.  $|A|^3 = 1$  و از آن جا  $|A| = 1$  است. راه تستی: به جای  $A$ ، ماتریس  $I$  را قرار دهید.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون  $DO^2 = AO \times OC$  پس  $DO$  ارتفاع وارد بر وتر در مثل قائم الزاویه  $ADC$  است. مثلث  $BOC$  در رأس  $O$  قائمه است و داریم:

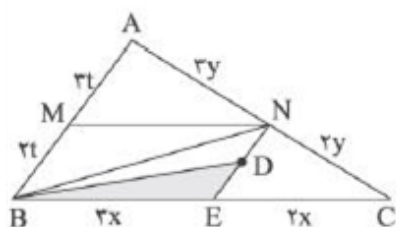
$$BC^2 = 2^2 + 2^2 = 20 \Rightarrow BC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بنابر فرض سؤال اگر  $AD = ۳x$  آن‌گاه  $BD = ۲x$  پس با استفاده از رابطه‌ی تالس اندازه‌های روی شکل را خواهیم داشت.  
حال مساحت متوازی‌الاضلاع و مساحت مثلث را با استفاده از سینوس زاویه‌ی B به دست می‌آوریم:

$$\frac{S_{BDMN}}{S_{ABC}} = \frac{BD \times BN \times \sin \hat{B}}{\frac{1}{2} AB \times BC \sin \hat{B}} = \frac{(2x)(3z)}{\frac{1}{2}(5x)(5z)} = \frac{12}{25}$$

و عدد  $\frac{12}{25}$  مساوی  $\frac{48}{100}$  و معادل ۴۸ درصد است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. B را به N وصل می‌نماییم. چون D وسط NE است، پس BD میانه‌ی مثلث BNE است، بنابراین:



$$\left. \begin{aligned} S_{BDE} &= \frac{1}{2} S_{BNE} \\ S_{BNE} &= \frac{1}{2} S_{BMNE} \end{aligned} \right\} \Rightarrow S_{BDE} = \frac{1}{4} S_{BMNE} \quad (1)$$

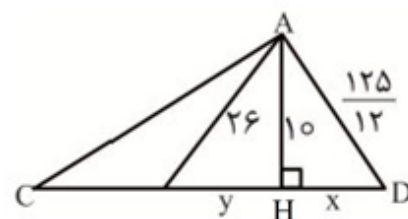
$$CE = \frac{2}{5} BC \Rightarrow \begin{cases} CE = 2x \\ BE = 3x \end{cases}$$

$$\triangle AMN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AN}{AC}\right)^2 = \left(\frac{2y}{5y}\right)^2 = \frac{4}{25}$$

$$\triangle CNE \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S_{\triangle CNE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{CE}{BC}\right)^2 = \left(\frac{2x}{5x}\right)^2 = \frac{4}{25}$$

$$\frac{S_{BMNE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{S_{\triangle ABC} - S_{\triangle AMN} - S_{\triangle CNE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{S_{\triangle ABC} - S_{\triangle AMN} - S_{\triangle CNE}}{S_{\triangle ABC}} = 1 - \frac{4}{25} - \frac{4}{25} = \frac{12}{25} \quad (2)$$

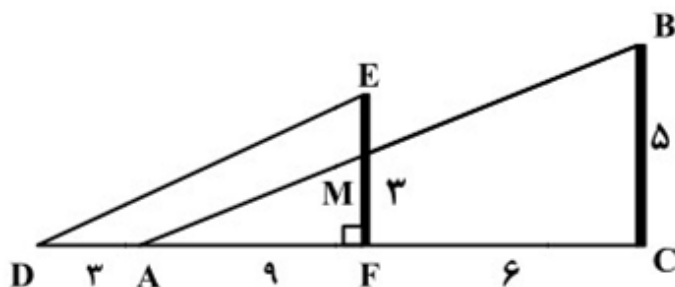
$$(1), (2) \Rightarrow \frac{S_{BDE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{4} \times \frac{12}{25} = \frac{3}{25}$$



$$x^2 = \left(\frac{125}{12}\right)^2 - 10^2 \Rightarrow x = \frac{35}{12}$$

$$y^2 = 26^2 - 10^2 \Rightarrow y = 24$$

$$S = AH (x + y) = 10 \times \left(24 + \frac{35}{12}\right) \approx 27.$$



$$\triangle AFM \sim \triangle ABC$$

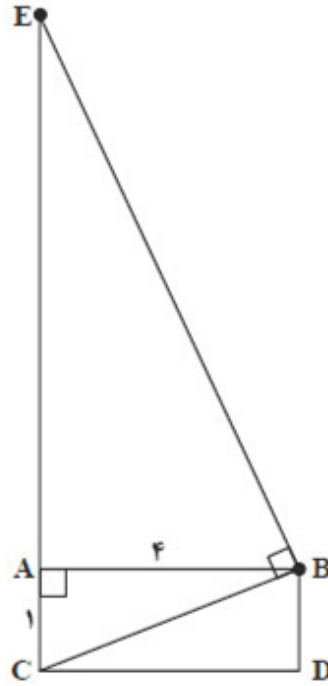
$$\frac{AM}{AB} = \frac{MF}{BC} = \frac{AF}{AC} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{AF}{6 + AF}$$

$$18 + 3AF = 5AF \Rightarrow 2AF = 18 \Rightarrow AF = 9$$

$$\triangle AFM \sim \triangle DEF \Rightarrow \frac{AM}{DE} = \frac{MF}{EF} = \frac{AF}{DF}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{EF} = \frac{9}{12} \Rightarrow EF = \frac{3 \times 12}{9} = 4$$

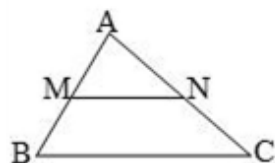
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مثلث  $BCE$  قائم الزاویه است و طول مستطیل  $ABDC$  ارتفاع وارد بر وتر  $EC$  است. براساس روابط طولی می‌دانیم که ارتفاع وارد بر وتر، واسطه هندسی قطعات ایجاد شده بر روی وتر است یعنی:



$$(AB)^2 = EA \times AC$$

$$\Rightarrow 4^2 = EA \times 1 \Rightarrow EA = 16 \Rightarrow EC = 17$$





$$MN \parallel BC \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC, k = \frac{AM}{AB}$$

$$\frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = k^2 = \frac{AM^2}{AB^2} \xrightarrow{\text{تفضیل از مخرج}} \frac{S_{AMN}}{S_{MNCB}} = \frac{AM^2}{AB^2 - AM^2}$$

طبق فرض  $S_{AMN} = S_{MNCB}$  پس  $\frac{AM^2}{AB^2 - AM^2} = 1$  در نتیجه  $AM^2 = AB^2 - AM^2$  پس

$$2AM^2 = AB^2 \quad \text{در نتیجه} \quad \sqrt{2}AM = AB \quad \text{یعنی:} \quad \frac{AM}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

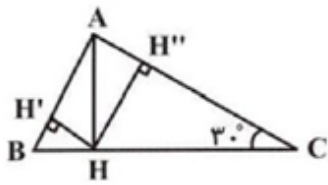
$$\frac{AM}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{\text{تفضیل از مخرج}} \frac{AM}{MB} = \frac{\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} = \sqrt{2} + 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر از D به AC عمود کنیم و طول این عمود برابر h باشد، داریم:

$$\left. \begin{aligned} S_{DEC} &= \frac{EC \cdot h}{2} \\ S_{ADE} &= \frac{AE \cdot h}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{S_{DEC}}{S_{ADE}} = \frac{EC}{AE} = \frac{60}{100} = \frac{3}{5} \xrightarrow[\text{در صورت}]{\text{ترکیب}} \frac{AC}{AE} = \frac{8}{5} \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{5}{8}$$

از طرفی  $DE \parallel BC$  پس  $\triangle ADE \sim \triangle ABC$  در ضمن نسبت تشابه این دو مثلث  $\frac{5}{8}$  است، داریم:

$$\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \left(\frac{5}{8}\right)^2 \xrightarrow[\text{از مخرج}]{\text{تفضیل}} \frac{S_{ADE}}{S_{BDEC}} = \frac{25}{39} \Rightarrow \frac{S_{BDEC}}{S_{ADE}} = \frac{39}{25} = 1/56$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

ابتدا توجه کنید که دو مثلث قائم الزاویه ی  $BHH'$  و  $CHH''$  طبق حالت تساوی زاویه ها متشابه اند، پس اگر مساحت های آنها را به ترتیب با  $S_1$  و  $S_2$  نشان دهیم، آنگاه:

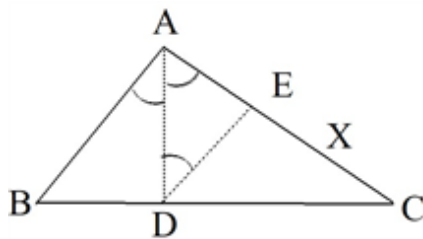
$$\frac{S_2}{S_1} = \left( \frac{CH}{BH} \right)^2 \quad (1)$$

از طرفی می دانیم:

$$\begin{cases} AC^2 = CH \times BC \\ AB^2 = BH \times BC \end{cases} \Rightarrow \frac{AC^2}{AB^2} = \frac{CH}{BH} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{S_2}{S_1} = \left( \frac{AC}{AB} \right)^2 \xrightarrow[\hat{C} = 30^\circ]{\hat{A} = 90^\circ} \frac{S_2}{S_1} = (\sqrt{3})^2 = 3$$

تذکر: در مثلث  $ABC$ ، ضلع  $AB$  برابر  $\frac{1}{2}$  وتر و ضلع  $AC$  برابر  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  وتر است.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بنابر قضیه ی تالس و تشابه دو مثلث داریم:

$$DE \parallel AB \Rightarrow \frac{DE}{AB} = \frac{CE}{AC}$$

بنابر خواص نیمساز  $AE = ED$  است. پس خواهیم داشت:

$$\frac{AE}{AB} = \frac{CE}{AC} \Rightarrow \frac{20 - x}{12} = \frac{x}{20} \Rightarrow \frac{20 - x}{3} = \frac{x}{5} \Rightarrow x = 12/5$$

تعداد مقسوم‌علیه‌های طبیعی عدد صحیح  $P_1^{\alpha_1} P_2^{\alpha_2} \dots P_k^{\alpha_k}$  برابر  $(\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1) \dots (\alpha_k + 1)$  است، بنابراین داریم:

$$x = 6^m \times 10^n = (2 \times 3)^m \times (2 \times 5)^n = 2^{m+n} \times 3^m \times 5^n$$

$$x \text{ تعداد مقسوم‌علیه‌های } = (m+n+1)(m+1)(n+1)$$

$$\Rightarrow 15x = 3 \times 5 \times 2^{m+n} \times 3^m \times 5^n = 2^{m+n} \times 3^{m+1} \times 5^{n+1}$$

$$15x \text{ تعداد مقسوم‌علیه‌های } = (m+n+1)(m+2)(n+2)$$

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$(m+n+1)(m+2)(n+2) - (m+n+1)(m+1)(n+1) = 35$$

$$\Rightarrow (m+n+1)[(m+2)(n+2) - (m+1)(n+1)] = 35$$

$$\Rightarrow (m+n+1)(m+n+3) = 5 \times 7 \Rightarrow m+n = 4$$

$$x \text{ بزرگ‌ترین مقدار: } \begin{cases} m = 4 \\ n = 0 \end{cases} \Rightarrow \max(x) = 10^4 = 10000$$

$$x \text{ کوچک‌ترین مقدار: } \begin{cases} m = 0 \\ n = 4 \end{cases} \Rightarrow \min(x) = 6^4 = 1296$$

$$\text{اختلاف دو عدد} = 10000 - 1296 = 8704$$

$$n = aq = 2^2 \times q \xrightarrow{\text{باید}} n = 2^3 k^3$$

$$q = 2^1 \times k^3$$

$$\Rightarrow 100 \leq 2^3 k^3 < 10000 \xrightarrow{\text{فرجه ۳}} \frac{10}{\sqrt[3]{10}} \leq 2k < 10 \sqrt[3]{10} \Rightarrow \frac{10}{2/1} \leq 2k < 10 \times 2/1$$

$$\Rightarrow 4/76 \leq 2k < 21 \Rightarrow 1/58 \leq k < 7$$

بنابراین تنها مقادیر ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ برای  $k$  قابل قبول است، یعنی ۵ عدد با این مشخصات وجود دارد.

$$N = 23 \times q + q \quad \left. \begin{matrix} q < 43 \end{matrix} \right\} \Rightarrow N < 1892$$

$$\Rightarrow N = 24q$$

$$\left. \begin{matrix} N \equiv 0 \pmod{24} \\ N \equiv 1 \pmod{31} \\ N \equiv 26 \pmod{31} \end{matrix} \right\} \Rightarrow N \equiv 1364 \pmod{31} \Rightarrow N = 1364k + 11 \Rightarrow N_{\max} = 1452$$

$$\overline{aabb} = 1000a + 100a + 10b + b = 1100a + 11b = 11(100a + b) = 11(\overline{a \cdot b})$$

$$\overline{cc}^2 = (10c + c)^2 = (11c)^2 = 121c^2$$

$$11(\overline{a \cdot b}) = 121c^2 \Rightarrow (\overline{a \cdot b}) = 11c^2 \xrightarrow{\text{عددگذاری } c} c = 8 \Rightarrow \overline{a \cdot b} = 11 \times 8^2 = 11 \times 64 = 704$$

$$\Rightarrow a - b = 7 - 4 = 3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون  $b^2 \mid a$  و  $b \mid b^2$  پس  $b \mid a$  و در نتیجه  $(b, a) = |b|$ ، از طرفی  $b^2 \mid a$  پس  $a^2 \mid b^4$  و در نتیجه  $(a^2, b^4) = b^4$ . بنابراین داریم:

$$((a^2, b^4)), (b, a) = (b^4, b) = |b|$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر  $n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_k^{\alpha_k}$  تجزیه‌ی استاندارد عدد  $n$  باشد، آنگاه تعداد مقسوم‌علیه‌های طبیعی  $n$  برابر

$$\text{است با: } (\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1) \dots (\alpha_k + 1)$$

ابتدا عدد داده شده را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$\overline{abab} = \overline{ab00} + \overline{ab} = 100\overline{ab} + \overline{ab} = 101\overline{ab}$$

طبق فرض  $\overline{abab}$  ۱۰۱ مربع کامل است، بنابراین:

$$\overline{ab} \text{ مربع کامل} \xrightarrow{(101)^2 \text{ مربع کامل}} 101 \times 101 \overline{ab} = (101)^2 \overline{ab}$$

بزرگ‌ترین عدد دو رقمی مربع کامل، ۸۱ است، پس  $\overline{ab} = 81 = 3^4$  و تعداد مقسوم‌علیه‌های طبیعی آن برابر است با:  $4 + 1 = 5$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{نکته: } a \mid b \Rightarrow a \mid nb \quad (n \in \mathbb{N})$$

$$\text{نکته: } a \mid b, a \mid c \Rightarrow a \mid mb + nc \quad (m, n \in \mathbb{Z})$$

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$\begin{cases} 19 \mid 5a + 2 \xrightarrow{\times 4} 19 \mid 20a + 8 \Rightarrow 19 \mid 20a + 8 - 19a \Rightarrow \\ 19 \mid 19 \Rightarrow 19 \mid 19a \end{cases}$$

$$19 \mid a + 8 \Rightarrow a + 8 = 19k \Rightarrow a = 19k - 8$$

برای دورقمی بودن  $a$ ، باید داشته باشیم:

$$10 \leq 19k - 8 \leq 99 \Rightarrow \frac{18}{19} \leq \frac{107}{19} \Rightarrow 1 < k \leq 5$$

بنابراین به ازای ۵ مقدار دورقمی برای  $a$ ، رابطه‌ی  $19 \mid 5a + 2$  برقرار است.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: عدد  $a^n + b^n$  به ازای مقادیر فرد  $n$  بر  $a + b$  بخش پذیر است، زیرا به ازای مقادیر فرد  $n$  داریم:

$$a^n + b^n = (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \dots + b^{n-1})$$

$$3^{18} + 2^{18} = 9^9 + 4^9, \quad 9 + 4 \mid 9^9 + 4^9$$

بنابراین:

نکته: در حالت کلی داریم:

$$n \in \mathbb{N}: \begin{cases} a - b \mid a^n - b^n \\ a + b \mid a^{2n+1} + b^{2n+1} \\ a + b \mid a^{2n} - b^{2n} \end{cases}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$(11n+2, 7n+5) = d : \begin{matrix} d \mid 11n+2 \\ d \mid 7n+5 \end{matrix} \xrightarrow{\text{ترکیب خطی}} d \mid 41 : d = \begin{cases} 1 \\ 41 \end{cases}$$

یعنی  $d$  هیچ گاه برابر ۳ نمی شود پس  $n$  وجود ندارد.

$$ab = v[a, b] \Rightarrow \frac{ab}{[a, b]} = v \Rightarrow (a, b) = d = v$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} a + b = 14 \Rightarrow a'd + b'd = 14 \\ (a', b') = 1 \\ d = v \end{aligned} \right\} \Rightarrow a' + b' = 12 \Rightarrow \begin{cases} a' = 11 \\ b' = 1 \end{cases} \text{ و } \begin{cases} a' = 7 \\ b' = 5 \end{cases}$$

$$|a - b| = |a' - b'| \times v = 10 \times v = 70.$$

در این حالت  $|a' - b'|$  بیشترین مقدار را دارد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\Delta x_1 = vt = 30v$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2}at^2 + vt = \frac{1}{2} \times 1 \times 900 + 30v = 30v + 450$$

$$\Delta x_T = \Delta x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow 60v + 450 = \Delta x_T$$

دو قطار وقتی کاملاً از هم عبور می کنند که مسافت طی شده مجموع طول دو قطار و فاصله اولیه بین آنها باشد.

$$60v + 450 = 200 + 1150 \Rightarrow 60v = 1350 - 450 = 900 \Rightarrow v = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. سرعت متوسط از رابطه  $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  به دست می آید که  $\Delta x$  برای هر سه متحرک یکسان

است ولی  $\Delta t$  برای متحرک C کمترین است زیرا کمترین مسافت را با تندی ثابت و یکسان می پیماید (دقت کنید کمترین فاصله بین دو نقطه، طول پاره خطی است که این دو نقطه را هم وصل می کند).

بنابراین  $(v_{av})_C$  بیشتر از  $(v_{av})_A$  و  $(v_{av})_B$  است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمودار به صورت خط راست است. بنابراین حرکت متحرک یک‌نواخت است و در حرکت یک‌نواخت، مسافت طی شده و بزرگی جابه‌جایی با یک‌دیگر برابر است. بنابراین سرعت متحرک برابر است

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta x = -15\text{m}, \Delta t = 5\text{s}} v = -\frac{15}{5} = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با:

$$x = vt + x_0 \xrightarrow{x_0 = 5\text{m}, v = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}}} x = -3t + 5$$

اکنون معادله‌ی مکان - زمان را به دست می‌آوریم:

$$\xrightarrow{t = 4\text{s}} x = -12 + 5 = -7 \Rightarrow \vec{d} = x\vec{i} = -7\vec{i} (\text{m})$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر مکان جسم در  $t = 5\text{s}$  را  $x$  بنامیم، مسافت طی شده در بازه‌ی زمانی صفر تا  $10\text{s}$

(در لحظه‌ای که متحرک دوباره در مبدأ مکان قرار دارد) معادل  $|x|$  خواهد بود. از طرفی:

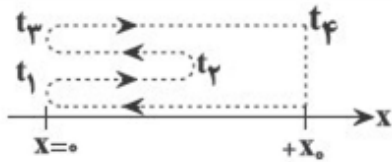
$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow 1/4 = \frac{|x|}{10} \Rightarrow |x| = 2.5\text{m} \Rightarrow x_{(t=5\text{s})} = -2.5\text{m}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

از طرفی در بازه‌ی زمانی  $5\text{s}$  تا  $14\text{s}$  می‌توان نوشت:

$$\Rightarrow 2 = \frac{x_{(t=14\text{s})} - x_{(t=5\text{s})}}{14 - 5} \Rightarrow 2 = \frac{x_{(t=14\text{s})} - (-7)}{9} \Rightarrow x_{14} = 11\text{m} \Rightarrow \vec{d}_{(t=14\text{s})} = +11\vec{i}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا مسیر حرکت متحرک را با توجه به نمودار مکان - زمان داده شده رسم می‌کنیم.

(آ) با توجه به مسیر حرکت مشخص می‌شود که متحرک در لحظه‌های  $t_1$  و  $t_3$  در مبدأ مکان قرار گرفته است، اما از مبدأ مکان عبور نمی‌کند و همواره در مکان‌های مثبت است. یعنی علامت بردار مکان تغییر نمی‌کند. (نادرست)

(ب) در بازه‌ی زمانی صفر تا  $t_1$  متحرک در جهت منفی محور  $x$  و در بازه‌ی زمانی  $t_1$  تا  $t_3$  متحرک در جهت مثبت محور  $x$  حرکت می‌کند. (نادرست)

(پ) مکان اولیه و نهایی متحرک یکسان است، بنابراین جابه‌جایی صفر بوده و طبق رابطه‌ی محاسبه‌ی سرعت متوسط،

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta x = 0} v_{av} = 0 \quad (\text{درست})$$

(ت) در بازه‌ی زمانی  $t_1$  تا  $t_3$  مسافت پیموده شده توسط متحرک از جابه‌جایی بزرگ‌تر است.

$$\left. \begin{array}{l} s_{av} = \frac{I}{\Delta t} \\ v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \end{array} \right\} i > \Delta x \Rightarrow s_{av} > v_{av} \quad (\text{درست})$$

در این صورت داریم:

بنابراین موارد پ و ت درست هستند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار، متحرک در لحظه  $t = 2\text{ s}$  تغییر جهت داده است. بنابراین برای محاسبه‌ی مسافت طی شده باید بازه‌ی زمانی صفر تا  $4\text{ s}$  را به دو بازه‌ی زمانی صفر تا  $2\text{ s}$  و  $2\text{ s}$  تا  $4\text{ s}$  تقسیم کنیم و جابه‌جایی در هر بازه‌ی زمانی را محاسبه کرده و سپس اندازه‌ی آن‌ها را با هم جمع کنیم. داریم:

$$\left. \begin{array}{l} t_1 = 0 : x_1 = -10\text{ m} \\ t_2 = 2\text{ s} : x_2 = 30\text{ m} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta x_1 = x_2 - x_1 = 30 - (-10) = 40\text{ m}$$

$$\left. \begin{array}{l} t_2 = 2\text{ s} : x_2 = 30\text{ m} \\ t_4 = 4\text{ s} : x_4 = -30\text{ m} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta x_2 = x_4 - x_2 = -30 - 30 = -60\text{ m}$$

بنابراین مسافت طی شده برابر است با:

$$I = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 40 + |-60| = 100\text{ m}$$

برای محاسبه‌ی جابه‌جایی داریم:

$$\left. \begin{array}{l} t_1 = 0 : x_1 = -10\text{ m} \\ t_4 = 4\text{ s} : x_4 = -30\text{ m} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta x = x_4 - x_1 = -30 - (-10) = -20\text{ m} \Rightarrow |\Delta x| = 20\text{ m}$$

$$\frac{I}{|\Delta x|} = \frac{100}{20} = 5$$

در نهایت نسبت مسافت به اندازه‌ی بردار جابه‌جایی متحرک برابر است با:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار مکان - زمان متحرک، در لحظه‌ی  $t = ۴s$ ، خط مماس بر نمودار افقی شده و سرعت متحرک در این لحظه برابر صفر است. پس ابتدا با استفاده از نمودار، سرعت اولیه و شتاب متحرک را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \times \Delta t \Rightarrow ۵۴ - ۳۰ = \frac{0 + v_0}{2} \times ۴ \Rightarrow v_0 = ۱۲ \frac{m}{s}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times ۴ + ۱۲ \Rightarrow a = -۳ \frac{m}{s}$$

برای تعیین سرعت در لحظه‌ی عبور از مبدأ از معادله‌ی سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت، بین لحظه‌ی توقف و عبور از مبدأ استفاده می‌کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 0 = 2 \times (-۳)(-۵۴) \Rightarrow v = ۱۸ \frac{m}{s}$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. چون جابه‌جایی دو متحرک یکسان است، می‌توان به راحتی زمان حرکت هریک را تعیین کرد.

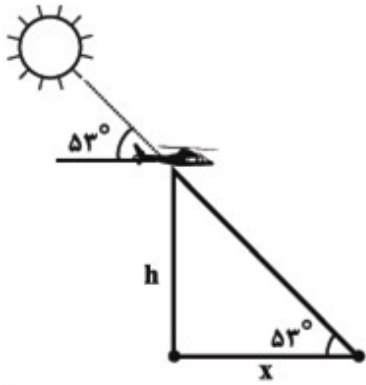
$$\begin{cases} \Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow v_1 \Delta t_1 = v_2 \Delta t_2 \Rightarrow ۱۰ \Delta t_1 = ۷/۵ \Delta t_2 & (۱) \\ \Delta t_1 = \Delta t_2 - ۱۰۰ & (۲) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(۲), (۱)} \Delta t_1 = ۳۰۰s \text{ و } \Delta t_2 = ۴۰۰s$$

$$\Delta x = v_1 \Delta t_1 = ۱۰ \times ۳۰۰ = ۳۰۰۰m$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به حرکت عمودی پهباد و حرکت افقی سایه بر روی سطح زمین می‌توانیم از مفهوم  $\tan \alpha$  برای حل این مسئله کمک بگیریم:



$$h = v_{av} \Delta t = 5 \times 4 = 20 \text{ m}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} \Rightarrow \tan 53^\circ = \frac{h}{x}$$

$$\Rightarrow x = \frac{h}{\tan 53^\circ} = \frac{20}{\frac{4}{3}} = 15 \text{ m}$$

$$(v_{av})_{\text{سایه}} = \frac{x}{\Delta t} = \frac{15}{4} = 3.75 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بنابراین:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در این گونه مسائل جابه‌جایی کل را بر زمان کل تقسیم می‌کنیم. اگر فرض کنیم متحرک کلاً زمان  $6t$  را حرکت کرده است، می‌توان نوشت:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x_{\text{کل}}}{\Delta t_{\text{کل}}} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3}$$

$$\Rightarrow \bar{v} = \frac{v_1 \Delta x_1 + v_2 \Delta x_2 + v_3 \Delta x_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3}$$

$$\Rightarrow \bar{v} = \frac{24 \times 3t + 9 \times 2t + 30 \times t}{3t + 2t + t} \Rightarrow \bar{v} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به بیشتر بودن مساحت مقطع ظرف در نقاط سمت راست، فشار در این نقاط بیشتر است. پس باید اندازه ستون مایع در لوله قائم در این قسمت بیشتر باشد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا آهنگ افزایش ارتفاع آب استخر را برحسب واحد SI به دست می‌آوریم:

$$\text{آهنگ افزایش ارتفاع} = \frac{4 \text{ dm}}{2 \text{ h}} = \frac{4 \text{ dm}}{2 \text{ h}} \times \frac{10^{-1} \text{ m}}{1 \text{ dm}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = \frac{1}{18000} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ضمناً می‌دانیم که مساحت قاعده‌ی یک استوانه ثابت است بنابراین برای محاسبه‌ی آهنگ افزایش حجم آب استخر داریم:

$$\Rightarrow \text{آهنگ افزایش حجم آب} = \left( \pi \times \left( \frac{12}{2} \right)^2 \right) \text{m}^2 \times \frac{1}{18000} \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{3 \times 36 \text{ m}^3}{18000 \text{ s}} = 6 \times 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

از طرفی جرم هر متر مکعب آب، ۱۰۰۰ کیلوگرم است، بنابراین آهنگ افزایش جرم آب استخر برابر است با:

$$\text{آهنگ افزایش جرم آب} = 6 \times 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \times \frac{1000 \text{ kg}}{1 \text{ m}^3} = 6 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با استفاده از تعریف آهنگ جریان شار، داریم:

$$\text{آهنگ جریان شار} = \frac{\text{حجم شار}}{\text{زمان}} = Av$$

$$\Rightarrow \frac{\pi R^2 h}{t} = Av \Rightarrow \frac{3 \times \left( \frac{1/5}{2} \right)^2 \times 4}{t} = 45 \times 10^{-4} \times 0.5$$

$$\Rightarrow t = 3000 \text{ s} = 50 \text{ min}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. جوسنج فشار هوای محیط را ۷۵ cmHg نشان می‌دهد.

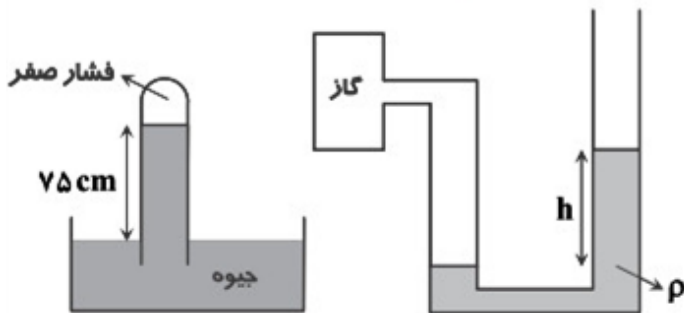
$$P_g = P - P_v = 25 \text{ cmHg}$$

$$\Rightarrow P = 25 + 75 = 100 \text{ cmHg}$$

برای تبدیل یکای cmHg به پاسکال از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$P = \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}} = 13600 \times 10 \times \frac{100}{100}$$

$$= 136000 \text{ Pa} = 136 \text{ kPa}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فشار وارد ده بر کف برابر فشار وارد شده به سطح  $A'$  می‌باشد، پس:

$$\Delta P = \frac{\Delta E}{A} = \frac{\Delta W}{A} = \frac{\rho g \Delta v}{A'} \Rightarrow 400 = \frac{1000 \times 10 \times 10^{-3}}{A'} \Rightarrow A' = 2/5 \times 10^{-2} \text{ m}^2$$

حال با توجه به حجم اولیه داریم:

$$V_{\text{کل}} = A' \times 2 \times 10^{-2} + A \times 7/2 \times 10^{-2} = 2 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow 0/5 \times 10^{-3} + A \times 5 \times 10^{-2} = 2 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow A \times 5 \times 10^{-2} = 1/5 \times 10^{-3} \Rightarrow A = 3 \times 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$\frac{A}{A'} = \frac{3 \times 10^{-2}}{2/5 \times 10^{-2}} = 1/2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نیرویی که فنر به پیستون بزرگ وارد می‌کند برابر است با:

$$F_1 = k \Delta x = 60 \times 10^3 \times 0/05 = 3000 \text{ N}$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2} = 1/8 \Rightarrow F_2 = \frac{3000}{1/8} = \frac{500}{3} \text{ N}$$

با استفاده از قانون پاسکال می‌توان نوشت:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با استفاده از معادله‌ی پیوستگی، داریم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2 = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \left( \frac{10}{15} \right)^2 = \frac{20}{v_1} \Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{20}{v_1} \Rightarrow v_1 = 45 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا آهنگ خروج آب از شلنگ را برحسب  $\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$  به دست می‌آوریم:

$$2 \times 10^{-4} \frac{\text{mL}}{\text{ns}} \times \frac{10^{-3} \text{ L}}{1 \text{ mL}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^3 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ ns}}{10^{-9} \text{ s}} = 2 \times 10^{-1} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

اکنون ضلع مکعب را به متر تبدیل کرده و حجم آنرا برحسب  $\text{m}^3$  به دست می‌آوریم:

$$\text{ضلع} = 0/2 \text{ dam} \times \frac{10 \text{ m}}{1 \text{ dam}} = 2 \text{ m} \Rightarrow V = (\text{ضلع})^3 = 8 \text{ m}^3$$

$$\text{آهنگ خروج آب} = \frac{\text{حجم آب}}{\text{زمان}} \Rightarrow 2 \times 10^{-1} = \frac{8}{t} \Rightarrow t = 40 \text{ s}$$

حال می‌توان نوشت:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \pi \frac{d_1^2}{4} v_1 = \pi \frac{d_2^2}{4} v_2$$

$$\Rightarrow v_2 = v_1 \times \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^2 = 1/25 \times \left( \frac{10}{2/5} \right)^2 = 1/25 \times 16 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اگر خروجی آب از لوله را نقطه (A) و حداکثر ارتفاع آب نسبت به سطح زمین را نقطه (B) فرض کنیم، با توجه به ناچیز بودن مقاومت هوا و در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B$$

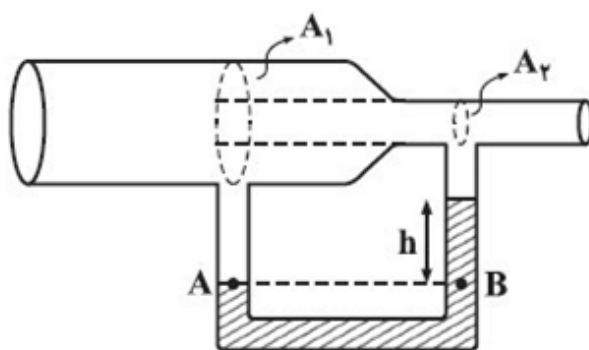
$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_A^2 + m g h_A = \frac{1}{2} m v_B^2 + m g h_B$$

$$\xrightarrow[\text{از طرفین}]{\text{حذف } m} \frac{1}{2} m v_A^2 + g h_A = \frac{1}{2} m v_B^2 + g h_B$$

$$\xrightarrow[v_B = 0, h_B = ?]{v_A = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}, h_A = 1 \text{ m}} \frac{1}{2} \times 20^2 + 10 \times 1 = \frac{1}{2} \times 0 + 10 \times h_B$$

$$\Rightarrow h_B = 21 \text{ m}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. هرچه سطح مقطع لوله کوچکتر باشد، تندی هوا بیشتر و فشار آن کمتر می‌شود. در نتیجه چون  $A_1 > A_2$  است،  $P_{A_1} > P_{A_2}$  می‌شود. بنابراین آب در شاخه سمت چپ پایین و در شاخه سمت راست بالا می‌رود و داریم:



از برابری فشار در نقاط A و B داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{A_1} = P_{A_2} + \rho_{\text{آب}} gh \Rightarrow P_{A_1} - P_{A_2} = \rho_{\text{آب}} gh$$

$$P_{A_1} - P_{A_2} = 500 \text{ Pa} \quad , \quad \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\Rightarrow 500 = 1000 \times 10 \times h$$

$$\Rightarrow h = 0.05 \text{ m} = 5 \text{ cm}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$H_2O = 18, C_9H_8O_4 = 180 : \text{g.mol}^{-1}$$

$$\frac{43/2}{18} \times 3 \times \frac{N_A}{N_A} = \frac{x}{180} \times 1 \times \frac{N_A}{N_A} \Rightarrow x = 1296 \text{ g}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. آلومینیم اکسید یک ترکیب یونی ۲ تایی است زیرا از ۲ عنصر تشکیل شده است.

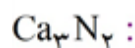
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه های نادرست:

گزینه ۱: یون  $O_2^{2-}$  یون چنداتیمی است چون از دو اتم تشکیل شده است.

گزینه ۲: لزوماً کاتیون‌ها به آرایش گاز نجیب ما قبل خود نمی‌رسند.

زیرا بسیاری از کاتیون‌های دسته‌ی d وجود دارند مانند  $Fe^{2+}$  -  $Co^{2+}$  -  $Cu^{2+}$  ... که بدون رسیدن به آرایش الکترونی گاز نجیب پایدار می‌شوند.

گزینه ۳:

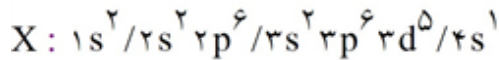


$6 = 3 \times 2 =$  بار کاتیون  $\times$  تعداد کاتیون : شمار مول‌های الکترون مبادله شده



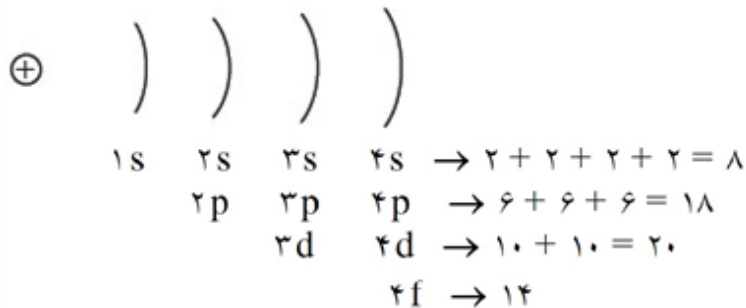
$$\begin{aligned} {}^Z_X{}^{3+} & \begin{cases} n = 52 - Z \\ e = Z - 3 \end{cases} \Rightarrow n - e = 7 \Rightarrow (52 - Z) - (Z - 3) = 7 \\ Z &= 24 \end{aligned}$$

آرایش الکترونی X به صورت زیر است:



تعداد الکترون‌های با  $l = 1$  در آن برابر ۱۲ و تعداد الکترون‌های با  $l = 2$  در آن برابر ۵ است. مجموع اعداد کوانتومی فرعی برای الکترون‌های ظرفیت آن (۵ الکترون در  $3d$  و یک الکترون در  $4s$ ) برابر ۱۰ است. اتم X در گروه ۶ و دوره ۴ جدول دوره‌ای جای دارد و در ۴ لایه الکترون دارد. اتم X دارای ۷ الکترون با  $l = 0$  و ۱۲ الکترون با  $l = 1$  است. بنابراین اختلاف آن‌ها  $12 - 7 = 5$  الکترون می‌باشد.

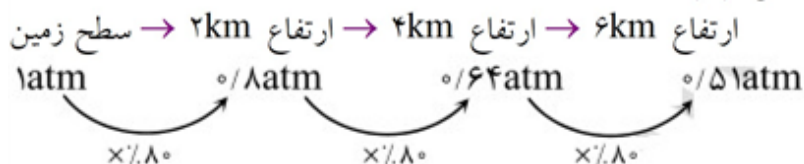
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم که زیرلایه  $s$  حداکثر ۲ الکترون،  $p$  حداکثر ۶ الکترون،  $d$  حداکثر ۱۰ الکترون و  $f$  حداکثر ۱۴ الکترون گنجایش دارد: ۱۶۵



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی موارد نادرست: ۱۶۶

الف) آرایش الکترونی فشرده آن به صورت  $[Ar] 3d^{10} 4s^2 4p^3$  است.  
ب) دارای پنج الکترون ظرفیتی و آرایش الکترون - نقطه‌ای  $\cdot \ddot{A} \cdot$  است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فشار هوا در سطح زمین برابر ۱ atm است. ۱۶۷



بنابراین در ارتفاع ۶ کیلومتری از سطح زمین، فشار هوا تقریباً برابر ۰/۵ atm است. از آنجا که به ازای هر کیلومتر افزایش ارتفاع در لایه‌ی تروپوسفر، دما در حدود  $6^\circ C$  افت می‌کند، میزان کاهش دما در ارتفاع ۶ کیلومتری از سطح زمین به اندازه‌ی  $6 \times 6^\circ C = 36^\circ C$  است.  $11^\circ C - 36^\circ C = -25^\circ C = 248 K$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. زیرا در اتم مس ۱۰ الکترون در زیر لایه‌ی  $3d$  با عدد کوانتومی  $l = 2$  و ۱۲ الکترون در زیر لایه‌های  $2p$  و  $3p$  با عدد کوانتومی  $l = 1$  وجود دارند، پس نسبت شمار آن‌ها  $\frac{10}{12} = \frac{5}{6}$  است. ۱۶۸

۱۶۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. پس عنصر D و عنصر A در دوره‌ی چهارم جدول تناوبی جای دارند و عنصر A که یک عنصر اصلی است، آرایش الکترونی آن باید به صورت  $[\text{Ar}] 3d^{10} 4s^2 4p^4$  باشد، پس عدد اتمی آن (که با شمار الکترون‌های آن برابر است)، باید ۳۴ باشد و در لایه‌ی ظرفیت آن ۶ الکترون جای دارد.

۱۷۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. عنصر هلیوم و عناصر گروه دوم جدول:  $\text{Be}$ ،  $\text{Mg}$ ،  $\text{Ca}$  و فلزات واسطه (خانه‌های ۲۱ تا ۲۸ به جز  $\text{Cr}$  و  $\text{Cu}$ )

۱۷۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



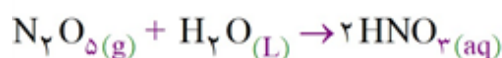
غلظت اولیه	۰/۱	۰	۰
تغییر غلظت	-x	+x	+x
غلظت تعادلی	۰/۱-x	x	x

$$\alpha = \frac{x}{M} \Rightarrow \frac{1}{100} = \frac{x}{0.1} \Rightarrow x = 10^{-3}$$

$$K_a = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-][\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{CH}_3\text{COOH}]} = \frac{(10^{-3})^2}{10^{-1}} = \frac{10^{-6}}{10^{-1}} = 10^{-5}$$

۱۷۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$\frac{v/2 \times \frac{P}{100}}{108} = \frac{0.2 \times 0.5}{2} \rightarrow P = 75$$

۱۷۳

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$= \frac{24}{2} = 12 \Rightarrow \alpha = \frac{12}{1000} = 0.012 \Rightarrow \text{مولار یونیده شده} = 0.012 \times 1 = 0.012$$



غلظت پیش از یونش: ۱ ۰ ۰

غلظت پس از یونش: ۱-۰/۰۱۲ ۰/۰۱۲ ۰/۰۱۲

$$K_a = \frac{0.012 \times 0.012}{0.988} \approx 1.45 \times 10^{-4}$$

۱۷۴

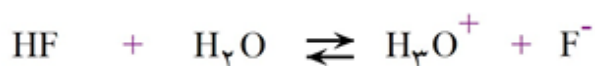
گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

فقط عبارت «ت» نادرست است و باید به جای آمونیاک، آهک نوشته شود تا عبارت درست حاصل شود.

گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. می دانیم  $[H^+] = n.M.\alpha$

$$\begin{cases} M_X = \frac{10^{-2/8}}{1 \times 10^{-2/2}} = 10^{-3} \\ M_{X'} = \frac{10^{-4/6}}{1 \times 10^{-2/6}} = 10^{-2} \end{cases} \Rightarrow \frac{X}{X'} = \frac{10^{-3}}{10^{-2}} = 0.1$$

گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. ۱۷۶



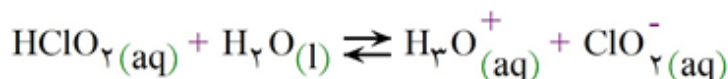
مقدار اولیه  $0.15$   $-$   $0$   $0$

مقدار تعادلی  $0.15 - x$   $x$   $x$

$\begin{cases} \text{مول اولیه} = 1/5 \times 0.1 = 0.15 \\ \text{مول تفکیک شده} \end{cases} \Rightarrow \text{مول یون ها} = 2x = 2 \times 0.012 = 0.024$

$x = 0.15 \times 0.08 = 0.012$

گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. ۱۷۷



مقدار اولیه  $0.2$   $-$   $0$   $0$

مقدار تعادلی  $0.2 - x$   $x$   $x$

$x = \alpha . M = 0.2 \times 0.6 = 0.12 \Rightarrow K_a = \frac{0.12 \times 0.12}{0.08} = 0.18$

گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. ۱۷۸

$$\frac{[H_3O^+]}{[OH^-]} = 10^{-3}; Ca(OH)_2 = 10^{-3} \times 2 \times 1 = 2 \times 10^{-3} (\text{mol.L}^{-1})$$

$$\frac{[H_3O^+]}{2 \times 10^{-3}} = 10^{-3} \Rightarrow [H_3O^+] = 2 \times 10^{-6} \Rightarrow pH = 6 - \text{Log} 2 = 5.7$$

گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. ۱۷۹

$$[A^+] = 2 \times \alpha \times M \Rightarrow 0.2 = 2 \times \alpha \times 0.5 \Rightarrow \alpha = 0.2$$

گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. ۱۸۰

$$[H^+] = M_1 \times \frac{V}{100}$$

$$[H^+] = M_2 \times \frac{14}{1000} \quad \text{چون pH هر دو برابر است، غلظت } [H^+] \text{ هر دو برابر است.}$$

$$M_1 \times \frac{V}{100} = M_2 \times \frac{14}{1000} \Rightarrow \frac{M_2}{M_1} = 5$$