

۱) معنی مقابل کدام گروه واژه‌ها تماماً درست است؟

الف- حلیه: مکر و نیرنگ	ب- اکراه: ناخوشایند، بی‌میل
ج- حَسَب: برطبق، اندازه	د- سامان: درخور، میسر
ه- بازبسته: مرتبط بودن	و- انگاره: گمان بردن
ز- غاشیه: سوره‌ای از قرآن	
(۱) الف، ب، و	(۲) ج، ه، ز
(۳) ج، د، ز	(۴) ه، و، ز

۲) معنی چند واژه «درست» است؟

(داروغه: شب‌گرد) (استقرار: مقرری گرفتن) (نبات: رُستنی) (رواق: هرم) (مغان: موبدان زرتشتی) (غایت‌القصوی: کمال مطلوب) (شیخ: موهوم) (طیلسان: زیرانداز) (خشب: گلوله)			
(۱) ۳	(۲) ۴	(۳) ۵	(۴) ۶

۳) معنی چند واژه داخل کمانک درست است؟

(تزویر: ریاکار)	(درهم: مسکوک طلا)	(حریف: همراه)	(شایان توجه: باارزش)	(تلقی: آشکار شدن)	(سموم: باد گرم و مهلک)	(یغما: تاراج)	(فغ: موبد)	(طیلسان: نوعی کلاه)
۵ (۱)	۴ (۲)	۶ (۳)	۷ (۴)					

۴) در کدام بیت «غلط‌املایی» یافت می‌شود؟

- ۱) خامشی از کلام بیهده به / در زبور است این سخن مستور
- ۲) مستوری حسن از نظر بوالهوس ماست / این آینه رو پرده‌نشین از هوس ماست
- ۳) میسرت نشود عاشقی و مستوری / که عاقبت بکند رنگ روی غمّازی
- ۴) کس به دور نرگست طرفی نیست از عافیت / به که نفروشد مستوری به مستان شما

۵) در کدام گزینه غلط‌املایی دیده نمی‌شود؟

- ۱) موقوف به یک جلوه‌ی مستانه‌ی ساقی است / گر توبه‌ی من صد سکندر شده باشد
- ۲) در سخن معنی لفظش مایع آب حیات / گرد رخ مضمون خطش نزهتی بر ناظرین
- ۳) واندران ساحات کرد آن نامور فتحی عیان / زان سپس برگشت و کرد اتراق در دشت مغان
- ۴) بس زلیخا در رهت افتاد و رخ در خاک سود / ورنه یوسف را فراغت محو زندان کرد و رفت

- الف) آن که آداب قرب شاهان نداند و گاه و بی‌گاه درخواست و نشست و چاشت و شام با ایشان برابر باشد، از رفعت منزلت بی‌بهره ماند.
- ب) هرگز پند نپذیری، و عظمت ناصحان در گوش نگذاری. و هر آینه در سر این استبداد و اسرار شوی.
- ج) و از حقوق پادشاه بر رعیت، گذارد حق نعمت و تقریر ابواب مناصحت است، و زیردستان باید در رسانیدن نصیحت مبالغت واجب بینند.
- د) فایده مکر و حیل تو مخدوم را این بود که می‌بینی و آخر و بال و تبعث آن به تو رسد.
- ه) خشم حلم مرد را در لباس هتک عرضه دهد و علم او را در لباس جهل فرانماید، غم عقل را بپوشاند و تن را نزار کند.

۱) پنج ۲) چهار ۳) سه ۴) دو

- الف) از بهر تو صد بار ملامت بکشم / گر بشکنم این عهد غرامت بکشم (حافظ)
- ب) جامه‌ای کاو نشود غرق به خون بهر وطن / پذیر آن جامه که ننگ تن و کم از کفن است (بهار)
- ج) دردناک است که در دام شغال افتد شیر / یا که محتاج فرومایه شود، مرد کریم (شهریار)
- د) دلا خموشی چرا؟ / چو خم نجوشی چرا؟ / برون شد از پرده راز، تو پرده‌پوشی چرا؟ (عارف قزوینی)

۱) الف - د ۲) ب - د ۳) ب - ج ۴) ج - د

- ۱) خاکساران مدد از عالم بالا یابند / گرد را می‌کند از روی زمین، باران پاک
- ۲) هر کس به درگاه کرم برد تحفه‌ای / ما را ز دست خالی خود آستین پر است
- ۳) زند ربط به هم پیوستگان را گفت‌وگو بر هم / سخن چون در میان آید، دو لب از هم جدا گردد
- ۴) بگذشت عمر و موی سفیدی به جا گذاشت / خاکستری ز قافله‌ای یادگار ماند

- الف- چندان که بهار است و خزان است در این باغ / چشم و دل شبنم نگران است در این باغ
- ب- با قضای آسمان سودی ندارد احتیاط / بیش‌تر افتد به چه هر کس در این ره با عصاست
- ج- زیر گردون ما ز غفلت شادمانی می‌کنیم / و نه گندم سینه‌چاک از بی زخم آسیاست
- د- در آتش بی‌شعله هجران چه شررهاست / جان سوخته داند که ننگجد به کلامی

۱) الف، ب، د، ج ۲) د، ب، ج، الف ۳) د، ج، ب، الف ۴) الف، د، ج، ب

- ۱) خروش من صغیر بلبل تصویر را ماند / نوپرداز خاموشی است فریادی که من دارم (تناقض - تشبیه)
- ۲) از وعده وصال، غم از دل نمی‌رود / نتوان به بوی باده، علاج خمار کرد (اسلوب معادله - حسن تعلیل)
- ۳) در هیچ شهر و هیچ دیارم قرار نیست / صبح وطن چو شام غریبان به ما نساخت (تضاد - کنایه)
- ۴) نرود دیده شبنم به شکر خواب بهار / عبث افسانه طراز دل بیدار شدیم (تشخیص - حس آمیزی)

تعداد وابسته‌های پیشین و پسین عبارت زیر در کدام گزینه درست آمده است؟
 «در غزل حافظ نه سخن از مکانی است که این واقعه در آن اتفاق می‌افتد و نه سخن از خروج از مکان پس از وقوع این واقعه؛ زیرا این واقعه، حافظ را از مرحله‌ی زهد به مرحله‌ی عشق ارتقا نمی‌دهد.»
 (۱) شش (۲) هفت (۳) هشت (۴) نه

نقش دستوری کدام واژه نادرست آمده است؟
 (۱) زمانه گرچه بسی بر سرم سپاس نهاد / کمند زلف تو باری دگر به دستم داد (مفعول)
 (۲) حسب حالی سخنی بس خوش و موجز یاد است / عرضه دارم اگر رخصت إطناب دهی (مضاف‌الیه)
 (۳) تو را هر چه مشغول دارد ز دوست / اگر راست خواهی دل‌رامت اوست (مفعول)
 (۴) بنده‌ی حلقه به گوش از نوازی برود / لطف کن لطف که بیگانه شود حلقه به گوش (مسند)

نقش قسمت‌های مشخص شده در ابیات زیر، به ترتیب کدام است؟
 «با بدان کم نشین که صحبت بد / گرچه پاکی تو را پلید کند
 آفتابی بدین بزرگی را / لگه‌ای ابر ناپدید کند»
 (۱) قید، مسند، نهاد، مفعول، قید (۲) قید، نهاد، مسند، مفعول، مسند
 (۳) مسند، نهاد، مسند، متمم، قید (۴) مسند، نهاد، نهاد، مفعول، مسند

نقش قسمت‌های مشخص شده در تمامی ابیات کاملاً درست است، به جز:
 (۱) باد عمرت در جهان هم چون خضر / جان‌فزا و دستگیر و مستمّر (متمم، مسند)
 (۲) این سخن هم چون ستاره است و قمر / لیک بی فرمان حق ندهد اثر (مسند، مفعول)
 (۳) هر یکی از ما مسیح عالمی است / هر الم را در کف ما مرهمی است (مضاف‌الیه، نهاد)
 (۴) چون که حرفی برنماید این وصال / واجب آید که کنم کوه مقال (مسند، مفعول)

مفهوم کدام بیت با بقیه متفاوت است؟
 (۱) به زان نبود که برگ عزلت سازیم / چشم از بد و نیک خلق پیش اندازیم
 (۲) غیر عزلت نیست بیدل باعث افواه (دهان)، خلق / مرغ شهرت را خم این دام شهر می‌شود.
 (۳) خاطر آشفته را شیرازه کنج عزلت است / دل ز جمعیت پریشان می‌شود سی پاره را
 (۴) دل بی تاب من و گوشه‌ی عزلت، هیهات / چه خیال است که پروانه ز محفل گذرد؟

بیت «خواستم از رنجش دوری بگویم یادم آمد / عشق با آزار خویشاوندی دیرینه دارد» با کدام بیت قرابت معنایی دارد؟
 (۱) مباش در پی آزار و هر چه خواهی کن / که در شریعت ما غیر این گناهی نیست
 (۲) مقام عیش میسر نمی‌شود بی رنج / بلی به حکم بلا بسته‌اند عهد الست
 (۳) قادری بر هر چه می‌خواهی مگر آزار من / زان که گر شمشیر بر فرقم نهی آزار نیست
 (۴) هم‌چو موجم یک نفس آرام نیست / بس که طوفان‌زا بود دریای دل

«راز درون پرده ز رندان مست پرس / کاین حال نیست زاهد عالی مقام را»

- (۱) در نیابد حال پخته هیچ خام / پس سخن کوتاه باید والسلام
- (۲) آتش روی تو زین گونه که در خلق گرفت / عجب از سوختگی نیست که خامی عجب است
- (۳) پیش زاهد از رندی دم مزن که نتوان گفت / با طبیب نامحرم حال درد پنهانی
- (۴) پیر میخانه چه خوش گفت به دُرْدی کش خویش / که مگو حال دل سوخته با خامی چند

کدام گزینه با عبارت «عشق، هرکسی را به خود راه ندهد و به همه جایی ماوا نکند و به هر دیده، روی ننماید.» تناسب دارد؟

- (۱) هر چند سوخت عشق حقیقی دل مرا / دل‌بستگی به عشق مجازی همان به‌جاست
- (۲) دل تن‌درست گشت چو بیمار عشق شد / وز خود برست هر که گرفتار عشق شد
- (۳) هر چند بی‌هدایت واصل نمی‌توان شد / در عشق سالکان را جز عشق نیست هادی
- (۴) سزاوار خدنگ عشق «صائب» نیست هر صیدی / کجا تا بال آن مرغ همایون فال بگشاید

مفهوم کدام بیت نادرست برداشت شده است؟

- (۱) نه فراموشی‌ام از ذکر تو خاموش نشاند / که در اندیشه اوصاف تو حیران بودم (وصف‌ناپذیری معشوق)
- (۲) ای که از کوچه معشوقه ما می‌گذری / بر حذر باش که سر می‌شکند دیوارش (غیرت عاشقانه)
- (۳) هر که چون ماهی نباشد جوید او پایان آب / هر که او ماهی بود کی فکرت پایان کند (ظرفیت تحمل سختی‌ها)
- (۴) حشمت مبین و سلطنت گل که بسپرد / فراش باد هر ورقش را به زیر پی (فناي نعمت و جاه و دنیا)

بیت «ما ز دریایم و دریا می‌رویم / ما ز بالایم و بالا می‌رویم» با کدام بیت تناسب معنایی دارد؟

- (۱) من آن را آدمی دانم که دارد سیرت نیکو / مرا چه مصلحت با آن که این گبر است و آن ترسا
- (۲) تو از افلاک بالایی نگفتم زیر و بالایی / اگر زیر فلک باشی چه باشد زیر یا بالا
- (۳) صفای باطن روشن کند چون صبح مهر دل / که صدق اندرونی را توان دانست از سیما
- (۴) مراد و کام دنیایی مضر چون زهر مار آمد / ز بهر زهر هر ساعت مرو در کام اژدرها

«أمرنا أن نستفيد من أنعم الله مُنهمراً فلعلنا ندرک عظمة الخلق!» عین الترجمة الصحيحة:

- (۱) دستور داده شده‌ایم که از نعمت‌های خداوند که ریزان است، بهره ببریم، شاید ما عظمت آفرینش را دریاییم!
- (۲) به ما امر کرده‌اند که از نعمت‌های الله که ریزان می‌باشد، استفاده کنیم، امید است که ما عظمت آفریدگار را درک نماییم!
- (۳) امر شده‌ایم که از نعمت‌های ریزان خداوند استفاده نماییم، شاید ما عظمت خلقت را درک کرده باشیم!
- (۴) ما به استفاده از نعمت‌های ریزان الله امر شده‌ایم، امید است که بزرگی آفرینش را فهمیده باشیم!

«عَاهَدُوا وَاللّٰهَ عَلٰى اَنْ لَا يَكْذِبُوْا و قَالَ الْاَوْلَادُ نَادِمِيْنَ: تَعَلَّمْنَا دَرْسًا لَّنْ اَنْسَاهُ اَبَدًا»

- (۱) با پدرشان پیمان بستند که دروغ نگویند و فرزندان پشیمان، گفتند: درسی یاد گرفتیم که هیچ‌گاه فراموش نکنیم.
- (۲) با پدر خود عهد بستند که دروغ نمی‌گویند و فرزندان در حال پشیمانی گفتند: درسی به ما دادی که هرگز فراموشش نخواهیم کرد.
- (۳) با پدرشان عهد بستند که دروغ نگویند و فرزندان با پشیمانی گفتند: درسی را یاد گرفتیم که هرگز آن را فراموش نخواهیم کرد.
- (۴) با پدر خود پیمان بستند که هیچ‌گاه دروغ نگویند و فرزندان پشیمان، گفتند: درسی به ما یاد دادی که هیچ‌گاه فراموش نکنیم.

«قَدْ اَتَمَّنٰى اَنْ اَصْعَدَ قَمَّةَ ذٰلِكَ الْجَبَلِ الْمَرْتَفِعِ و اَنَا اَشَهِدُ تَيَّارَ الْمَاءِ الَّذِيْ جَعَلَ الْجَوَّ لَطِيْفًا و اَتَمَتَّعَ بِهِ فِيْ هٰذَا الْيَوْمِ الْحَازِ!» عَيْنِ التَّرْجَمَةِ الصَّحِيْحَةِ:

- (۱) آرزو کرده‌ام که از قله‌ی آن کوه بلند بالا بروم که جریان آبی را که هوا را لطیف کرده، بینم و از آن در این روز گرم بهره ببرم!
- (۲) گاهی آرزو دارم که از قله‌ی آن کوه بلند بالا بروم و آبشاری را که هوا را لطیف کرده، بینم در حالی که از آن در این روز گرم استفاده کنم!
- (۳) بعضی وقت‌ها امیدوارم که به نوک آن کوه مرتفع بروم و جریان آب را که هوا را دل‌انگیز کرده، مشاهده کنم و من از آن در این روز گرم بهره‌مند گردم!
- (۴) گاهی آرزو می‌کنم که از قله‌ی آن کوه بلند بالا بروم در حالی که بینم جریان آبی را که هوا را لطیف کرده است و در این روز گرم از آن بهره‌مند شوم!

«لَمَّا رَجَعُوْا اِلٰى مَعْبَدِهِمْ شَاهَدُوْا اَصْنَافَهُمْ مُّكَسَّرَةً فَاَحْضَرِ اِبْرٰهِيْمَ (ع) لِّلْمَحَاكَمَةِ» عَيْنِ الصَّحِيْحِ لِلتَّرْجَمَةِ:

- (۱) وقتی به پرستش‌گاهشان رفتند بت‌هایشان را خرده شده دیدند و ابراهیم را برای محاکمه کردن احضار کردند.
- (۲) هنگامی که به عبادت‌گاهشان برگشتند بت‌هایشان را شکسته شده دیدند پس ابراهیم برای محاکمه شدن احضار شد.
- (۳) وقتی به عبادت‌گاه برگشتند دیدند بت‌هایشان شکسته شده پس ابراهیم برای محاکمه شدن احضار شد.
- (۴) هنگامی که به پرستش‌گاهشان برگشتند بت‌های شکسته‌شده شان را دیدند و ابراهیم را برای محاکمه احضار کردند.

عَيْنِ الصَّحِيْحِ:

- (۱) هَوَاةُ اَسْمَاكِ الزَّيْنَةِ مَعْجُوْنٌ بِهٰذِهِ السَّمَكَةِ لِاَنَّهَا تَحِبُّ الْفَرَّاسَ الْحَيَّةَ: علاقمندان ماهی‌های زیتنی از این ماهی در شگفت هستند زیرا آن شکارها را زنده دوست دارد!
- (۲) شَاهِدَتْ زَمِيْلَتِيْ فِي الْمَكْتَبَةِ وَ هِيَ تَبْحَثُ عَنْ كِتَابٍ تَارِيْخِيٍّ: هم‌کلاسی‌ام را در کتابخانه دیدم در حالی که به دنبال کتابی تاریخی می‌گردد!
- (۳) لَعَلَّ اللّٰهَ يَعِيْنُنَا فِيْ دُرُوسِنَا وَ يَحْمِيْنَا مِنْ شُرُوْرِ الْحَادِثَاتِ: کاش خداوند ما را در درس‌هایمان یاری کند و از ما در برابر بدی‌های حادثه‌ها نگاه‌داری کند.
- (۴) كَانَ جَمِيْعُ الْمُتَفَرِّجِيْنَ يَشْجَعُوْنَ فَرِيْقَنَا الْفَائِزَ وَ هُمْ وَاَقْفُوْنَ: همه‌ی تماشاگران تیم برنده‌مان را تشویق می‌کردند در حالی که ایستاده بودند.

- (١) لَيْتَكَ تَسْتَطِيعُ أَنْ تَزُورَ جَدَّتَكَ: كَاشَ مِى تَوَاسْتِى مَادِرِيزَرِگَت رَا بِيَنِى.
- (٢) لَيْتَنِى طَالَعْتُ دُرُوسِى قَبْلَ الْاِمْتِحَانِ: كَاشَ دَرَسْ هَايَم رَا قَبْلَ اَزْ اِمْتِحَانِ خَوَانْدَه بُوْدَم.
- (٣) كَانَ الطِّفْلُ يَخْرُجُ مِنَ الْغُرْفَةِ خُرُوجَ الْقَطْ: كُودَك، اَزْ اِتَاقِ هِمَانْدَ گَرِبَه خَارِجِ مِى شُونْد.
- (٤) كَانَ زَمِيلُنَا الْمَشَاغِبُ اِلْتَفَتَ اِلَى الْوَرَاءِ اِلْتِفَاتًا: قَطْعًا هِمْكَلاسى اِخْلَالِ گَرْمَانِ بَهْ عَقَبِ بَرِگَشْتَه بُوْد.

متن زیر را بخوانید و به ٦ سؤال بعدی پاسخ دهید.

«الفراشة فى بدأ حياتها تَتَحَرَّكُ عَلَى بطنها و بعدَ مدَّةٍ تصنعُ غِلَافًا حَوْلَ جسمها و تبقى فيه ثمَّ تخرجُ منه بالجناحين. تتناولُ الفراشةُ غذاءها من عصارةِ الأزهارِ بواسطةِ خرطومٍ طويلٍ و دقيق، تحبُّ الفراشاتُ الطيران فى المسافات القريبة و البعيدة قادرَات عَلَى العودةِ إلى مولدِها. غالباً نرى الفراشات و هى تطيرُ نحوَ النورِ لأنَّها تحتاجُ إلى المحافظةِ على درجةٍ معيَّنة من الحرارةِ دائماً. لقد اعطى اللهُ هذا الحيوانَ الالوانَ المختلفةَ و الجميلةَ فى جناحها كأحسنِ الوسائلِ للدِّفاعِ عن نفسها.»

عَيْنُ الصَّحِيحِ: من صفات الفراشة:

- (١) الطيران بِالسَّرعَةِ فى المسافات القريبة و البعيدة.
- (٢) الابتعاد عن مصادر الحرارة و النور.
- (٣) امتلاك الالوانَ المختلفةَ فى الجناحِ كوسيلةٍ للدِّفاع.
- (٤) الأكل من أوراقِ الأزهار.

ما هو احسن مكانٍ لحياة الفراشة:

- (١) الأماكن و المناطق الحارَّة جداً.
- (٢) المسافات البعيدة و القريبة.
- (٣) كل مكانٍ فيه حرارةٌ و ضياءٌ شديد.
- (٤) كل مكانٍ تنبتُ فيه الورود.

أى موضوع لم يأتِ فى النص:

- (١) المرحلتانِ فى حياة الفراشة.
- (٢) المهدِّدات لحياة الفراشة.
- (٣) فقدانِ قدرةِ الطيرانِ فى مرحلةٍ من حياتها.
- (٤) سببِ وجودِ الالوانِ فى جناحِ الفراشة.

عَيْنُ الصَّحِيحِ فى التحليل الصرفى و المحل اعرابى:

«تَتَحَرَّكُ»:

- (١) فعلٌ ماضٍ، من بابِ تفعيل، مُتَعَدٌّ، لِلْغَائِبَةِ / الجملة بعد النكرة
- (٢) مضارع، من بابِ تفعّل، مُتَعَدٌّ، لِلْغَائِبَةِ / خبر
- (٣) فعلٌ، ثلاثى مزيدٌ، معلومٌ، مفرد مؤنث / جملةٌ تُصِفُ نكرةً
- (٤) فعل مضارع، له حرفانِ زائدانِ، لازمٌ، معلومٌ / خبر

عَيْنُ الصَّحِيحِ فِي التَّحْلِيلِ الصَّرْفِيِّ وَالمَحَلِّ اِعْرَابِيٍّ:

«الطَّيْرَانِ»:

- (١) اسمٌ، مثنًى، مذكّر، مُعرِّفٌ بِأَلٍ / مفعول
(٢) اسم، مفرد، مذكّر، مُعرِّفٌ / مفعول
(٣) اسم، مفرد، مذكّر (مصدر) مُعرِّفٌ بِأَلٍ / فاعل
(٤) اسم، مثنًى، مذكّر، مُعرِّفٌ / صفة

عَيْنُ الصَّحِيحِ فِي التَّحْلِيلِ الصَّرْفِيِّ وَالمَحَلِّ اِعْرَابِيٍّ:

«قَادِرَاتٍ»:

- (١) اسم فاعل، جمع مؤنث سالم، نكرة / مضافٌ اليه
(٢) اسم، جمع مؤنث سالم مفردة «قدرة» / مفعول
(٣) اسم جمع تكسير مفردة «قادرة»، نكرة / صفة
(٤) اسم فاعل، جمع مؤنث، نكرة / حال

عَيْنُ «دُوُوبٍ» حَالًا:

- (١) ليتني أصبح دُوُوبًا في اكتساب العلم!
(٢) لا يتقدّم في الحياة إلّا من يُحاول دُوُوبًا!
(٣) من كان أميراً يجب أن يكون دُوُوبًا و حليماً!
(٤) رأيت طالباً دُوُوبًا يستمرّ في أعماله لأهدافه العالية!

عَيْنُ الصَّحِيحِ فِي اسْتِخْدَامِ الحُرُوفِ المُشَبَّهَةِ بِالفِعْلِ:

- (١) هل أنت تعلم الدلافين تصفر كالإنسان! (إنَّ)
(٢) آيات الخالق في الأرض كثيرة النَّاسُ يتنبّهون! (كَانَ)
(٣) هذا الحيوان يتلذّذ بجمال الطبيعة إنسان شاعر! (لِيتَ)
(٤) علينا أن نندم على خطايانا و نتوب إلى ربّنا نا نُرحم! (لَعَلَّ)

عَيْنُ عِبَارَةٍ جَاءَ فِيهَا الحَالُ وَ الصِّفَةُ معاً:

- (١) عندما تسقطُ الحشرةُ على سطح الماء تبعلها سمكة السّهم حيّة!
(٢) سمكةُ التّيلابيا من أغرب الأسماك تدافع عن صغارها و هي تسير معها!
(٣) أبى فلاح يعمل في المزرعة و هو يغنى بصوت جميل!
(٤) شجرة البلوط من الأشجار المعمّرة الّتي قد تبلغ من العمر ألفي سنة!

عَيْنُ الصَّحِيحِ فِي عَمَلِ الحُرُوفِ المُشَبَّهَةِ بِالفِعْلِ وَ الأفعالِ الناقصة:

- (١) إنّ في الصدق نَجاةً كُنّا راغبين فيها!
(٢) كُنّا سامعاتٍ حين أمرنا إلّا نكون متكاسلات!
(٣) إنّ الساعي في الخير كان مكرّم عند الناس!
(٤) لسنا فاشلين في الحياة لأنّنا ساعون في عملنا!

عَيْنُ مَا لَيْسَ فِيهَا الحَالُ:

- (١) لا تكن عند مواجهة المصاعب منزعجاً!
(٢) دخل الطّلابُ الصّفّ متحدّثين عن الأدب!
(٣) وقفتُ أمام المنظر و نظرتُ إليه متأثلاً!
(٤) شاهدتُ في طريقي قطرات الماء جارية في نهر!

- (۱) أَرْضَعْتَ الْأُمَّ طِفْلَهَا جَائِعَاتٍ!
 (۲) تَسْتَمْعِينَ إِلَى الْقُرْآنِ خَاشِعِينَ!
 (۳) سَاعِدُوا صَدِيقَكُمْ مَظْلُومِينَ!
 (۴) تَكَلِّمِي مَعَ النَّاسِ صَادِقَةً!

- (۱) قَانِلَا (۲) قَانِلْتَا (۳) تَقُولَان (۴) يَقُولَان

- (۱) مُؤْمِنَانِ! (۲) يُؤْمِنَانِ! (۳) تَوْمِنَانِ! (۴) مُؤْمِتَانِ!

- (۱) مداوم و پیرامون خدا و چپستی او باشد - در دل و قلب انسان
 (۲) مستمر و در مورد خدا و صفات او باشد - در دل و قلب انسان
 (۳) مستمر و در مورد خدا و صفات او باشد - در اعمال انسان
 (۴) مداوم و پیرامون خدا و چپستی او باشد - در اعمال انسان

- (۱) همه موجودات در پدید آمدن و هست شدن خود به آفریننده‌ای نیازمندند که خودش پدیده نباشد.
 (۲) چون از تمام جهات محتاج خدایند و آنی نمی‌توانند بدون فیض الهی باقی باشند.
 (۳) در آفرینش، یک موجود فقط در وجود خود نیازمند به دیگری نیست که خودش ذاتاً موجود باشد.
 (۴) تمام موجودات «وجود» خود را از خداوند می‌گیرند و به سبب او پیدا و آشکار می‌شوند.

- (۱) (وَ اللَّهُ هُوَ الْغَنِيُّ الْحَمِيدُ) - عزم و تصمیم قوی
 (۲) (اللَّهُ نُورُ السَّمَاوَاتِ وَ الْأَرْضِ) - عزم و تصمیم قوی
 (۳) (اللَّهُ نُورُ السَّمَاوَاتِ وَ الْأَرْضِ) - پاکی و صفای قلب
 (۴) (وَ اللَّهُ هُوَ الْغَنِيُّ الْحَمِيدُ) - پاکی و صفای قلب

- (۱) جهان را پدیده‌ای واجب‌الوجود می‌بینیم که تحت تدبیر آفریننده‌ای حکیم در مداری مشخص باقی است.
 (۲) قدم در یکی از راه‌های درک وجود خداوند و شناخت افعال و صفات وجودی او نهاده‌ایم.
 (۳) در مسیر فطرت خداگرای خود حرکت نموده و در نهایت به سعادت حقیقی واصل خواهیم شد.
 (۴) در نتیجه‌ی افزایش معرفت خود به خداوند، قدم در مسیر عبودیت نهاده و عجز خود را بیش‌تر ابراز می‌نماییم.

- (۱) ممکن - «تَفَكَّرُوا فِي كُلِّ شَيْءٍ»
 (۲) ناممکن - «تَفَكَّرُوا فِي كُلِّ شَيْءٍ»
 (۳) ممکن - «وَلَا تَفَكَّرُوا فِي ذَاتِ اللَّهِ»
 (۴) ناممکن - «وَلَا تَفَكَّرُوا فِي ذَاتِ اللَّهِ»

اگر مالک مطلق عالم را خداوند متعال بدانیم، زمینه‌ی پذیرش کدام مرتبه از توحید را ترسیم می‌نماییم؟
 (۱) (مَا لَهُمْ مِنْ دُونِهِ مِنْ وَلِيٍّ) (۲) (اللَّهُ خَالِقُ كُلِّ شَيْءٍ)
 (۳) (قُلْ هُوَ اللَّهُ أَحَدٌ) (۴) (وَلِلَّهِ مَا فِي السَّمَاوَاتِ وَمَا فِي الْأَرْضِ)

کدام آیه بیان می‌کند «همان‌گونه که خداوند قادر است انسان را در آغاز خلق کند، می‌تواند بار دیگر نیز او را زنده کند؟»

(۱) «برای ما مثلی زد، در حالی که آفرینش نخستین خود را فراموش کرده بود.»
 (۲) «عزیز به چشم خود زنده شدن الاغ را دید و گفت: می‌دانم که خدا بر هر کاری توانا است»
 (۳) «آن ابر را به سوی سرزمین مرده برانیم و آن زمین مرده را بدان وسیله پس از مرگش زندگی بخشیدیم.»
 (۴) «وای در آن روز بر تکذیب‌کنندگان، همان‌ها که روز جزا را انکار می‌کنند، تنها کسی آن‌را انکار می‌کند که متجاوز و گناهکار است.»

فراهم شدن زمینه رشد و حرکت به سوی خداوند و آسان‌تر شدن زندگی موحدانه برای آن‌ها معلول کدام توحید است و کدام آیه به آن اشاره دارد؟

(۱) توحید عملی در بعد فردی - «إِهْدِنَا الصِّرَاطَ الْمُسْتَقِيمَ»
 (۲) توحید عملی در بعد اجتماعی - «هَذَا صِرَاطٌ مُسْتَقِيمٌ»
 (۳) توحید در ربوبیت - «إِهْدِنَا الصِّرَاطَ الْمُسْتَقِيمَ»
 (۴) توحید در ربوبیت - «هَذَا صِرَاطٌ مُسْتَقِيمٌ»

«هرکس چهل روز کارهای خود را خالصانه برای خدا انجام دهد، چشمه‌های حکمت و قلبش بر زبانش جاری خواهد شد» بر چه چیزی دلالت دارد؟

(۱) نفوذناپذیری در برابر وسوسه‌های شیطان
 (۲) داشتن زندگی خالصانه برای خدا
 (۳) دستیابی به درجاتی از حکمت
 (۴) دریافت پاداش وصف‌ناشدنی

آن‌جا که در حدیث نبوی می‌خوانیم «راهیابی شرک به دل انسان از راه رفتن مورچه‌ای سیاه در شب تاریک بر تخته سنگ سیاه پنهان‌تر است» چه موضوعی به ذهن انسان جستجوگر متبادر می‌گردد؟

(۱) انسان مؤمن علاوه بر این‌که می‌کوشد نیت خود را خالص کند و عمل را به خاطر خدا انجام دهد عمل خود را مطابق دستور انجام دهد.
 (۲) عمل براساس معرفت و آگاهی بسیار ارزشمندتر از عملی است که در آن معرفتی نیست یا با معرفت اندکی صورت می‌گیرد.
 (۳) آن کس که طریق توحید را برمی‌گزیند و اندیشه و دل و عمل خویش را فقط بر امر خدا قرار می‌دهد خطراتی او را تهدید می‌کند.
 (۴) نیایش و عرض نیاز به پیشگاه خداوند و یاری جستن از او برای رسیدن به اخلاص، غفلت از خداوند را کم می‌کند.

اگر بگوییم «انسان با استمداد از خداوند می‌تواند در هر شرایطی از گناه فاصله بگیرد»، پیام کدام آیه را ترسیم نموده‌ایم؟

- (۱) «قال رب السُّجُنُ احِبُّ الیَّ ممَّا یَدْعُونِی الیه»
- (۲) «فَذَلِکَ الَّذِی کُمُنْتُ فِیهِ وَ لَقَدْ رَاوَدْتُهُ عَنْ نَفْسِیْهِ»
- (۳) «الَّا تَصْرِفُ عَنِّی کَیْدَهُنَّ أَصَبُ الِیْهِنَّ وَ أَكُنَّ مِنَ الْجَاهِلِیْنَ»
- (۴) «وَ لَئِنْ لَمْ یَفْعَلْ مَا اَمَرَهُ لَیْسَجُنَّ وَ لَیْکُونَا مِنَ الصَّاغِرِیْنَ»

در بیان قرآن کریم، ضرر و زیان واضح و آشکار تابع چیست و علت دشمنی مسلمانان با حاکمان ظالم در کدام عبارت قرآنی مشهود است؟

- (۱) (وَ اِنْ اَصَابَتْهُ فِتْنَةٌ اِنْقَلَبْ عَلٰی وَجْهِهِ) - (مَنْ یَعْبُدُ اللّٰهَ عَلٰی حَرْفٍ)
- (۲) (وَ اِنْ اَصَابَتْهُ فِتْنَةٌ اِنْقَلَبْ عَلٰی وَجْهِهِ) - (قَدْ کَفَرُوا بِمَا جَاءَکُمْ مِنَ الْحَقِّ)
- (۳) (عَدُوِّی وَ عَدُوَّکُمْ اَوْلِیَاءُ تُلْقُوْنَ اِلَیْهِمْ بِالْمُؤَدَّةِ) - (قَدْ کَفَرُوا بِمَا جَاءَکُمْ مِنَ الْحَقِّ)
- (۴) (عَدُوِّی وَ عَدُوَّکُمْ اَوْلِیَاءُ تُلْقُوْنَ اِلَیْهِمْ بِالْمُؤَدَّةِ) - (مَنْ یَعْبُدُ اللّٰهَ عَلٰی حَرْفٍ)

مخاطب آیه‌ی شریفه‌ی «الم اعهد الیکم یا بنی آدم ان لا تعبدوا الشیطان ...» بوده و بیانگر می‌باشد و اولین میوه درخت اخلاص در کدام عبارت آمده است؟

- (۱) انسان‌هایی که خود را مستقل از خدا دیده‌اند و گرایش فطری خود را نادیده گرفته‌اند - خداگرایی فطری - «دستیابی به درجاتی از حکمت»
- (۲) انسان‌هایی که گرایش غریزی خود را نادیده گرفته و بنده‌ی هوای نفس شده‌اند - خداپرستی فطری - «افزایش معرفت نسبت به خداوند»
- (۳) انسان‌هایی که گرایش فطری خود را نادیده گرفته و بنده‌ی شیطان شده‌اند - خداگرایی فطری - «دستیابی به درجاتی از حکمت»
- (۴) انسان‌هایی که خود را مستقل از خدا دیده‌اند و گرایش غریزی خود را نادیده گرفته‌اند - خداپرستی فطری - «افزایش معرفت نسبه به خداوند»

با توجه به فرمایش امام علی (ع)، اگر احسان پیایی خدا کسی را گرفتار کند، خداوند درباره او چه می‌فرماید؟

- (۱) (وَ اللّٰهُ لَا یَهْدِی الْقَوْمَ الظَّالِمِیْنَ)
- (۲) (فَاَخَذْنَاهُمْ بِمَا کَانُوا یَکْسِبُوْنَ)
- (۳) (لَیَزِدَّادُوْا اِثْمًا وَ لَهُمْ عَذَابٌ مُّهِیْنٌ)
- (۴) (سَنَسْتَدْرِجُهُمْ مِنْ حَیْثُ لَا یَعْلَمُوْنَ)

ابیات زیر اشاره به کدام دارد؟

«گفت کز چوب خدا این بنده‌اش / می‌زند بر پشت دیگر بنده‌اش

چوب حق و پشت و پهلوی آن او / من غلام و آلت فرمان او»

- (۱) اراده‌ی انسان امری مشهود است که سرنوشت انسان را تعیین می‌کند.
- (۲) رواج اعتقاد به جبر، تحرک و سازندگی و نشاط و فعالیت را از انسان می‌گیرد.
- (۳) اختیار یک واقعیت عقلی و مشهود است که به روشنی اثبات می‌گردد.
- (۴) اختیار یک حقیقت وجدانی است که هر انسانی آن را در خود می‌یابد.

شناخت قوانین جهان خلقت از طریق علمی مانند فیزیک، شیمی و زیست‌شناسی چه فواید و ثمراتی برای ما خواهد داشت؟

- ۱) نگرش صحیح نسبت به تلخی‌ها و شیرینی‌ها و شکست و موفقیت‌ها
- ۲) ممتدسازی دیدگاه ما نسبت به وقایع و حوادث جهان
- ۳) تأثیر در روابط با خدا، خود، خلقت و دیگران
- ۴) آشنایی ما با نشانه‌های الهی و بهره گرفتن از طبیعت

پیام مستنبط از آیه‌ی کریمه‌ی (ذَلِكَ بِمَا قَدَّمْتُمْ أَيْدِيَكُمْ وَأَنَّ اللَّهَ لَيْسَ بِظَالِمٍ لِلْعَبِيدِ)، در کدام مورد به درستی ذکر شده است؟

- ۱) انسان در روز قیامت به اعمالی که پیش از مرگ و پس از مرگ فرستاده است، آگاه می‌گردد.
- ۲) عدل الهی ایجاب می‌کند که جهان دیگری برای تحقق وعده‌ی الهی و رسیدن انسان به پاداش اعمالش موجود باشد.
- ۳) مزرعه‌ی آخرت، کشتگاه دنیاست و هرکس مرهون وزر و وبال اعمال خود و دیگران است.
- ۴) سرنوشت اخروی انسان متأثر از کردار پیشین اوست و هرکس مسئول سرنوشت خویش است.

با توجه به آیه‌ی شریفه «أَنَّ اللَّهَ لَيْسَ بِظَالِمٍ لِلْعَبِيدِ»، عقوبت انسان‌ها معلول چیست؟

- ۱) «فَمَنْ أَبْصَرَ فَلِنَفْسِهِ»
- ۲) «وَمَنْ عَمِيَ فَعَلَيْهَا»
- ۳) «ذَلِكَ بِمَا قَدَّمْتُمْ أَيْدِيَكُمْ»
- ۴) «قَدْ جَاءَكُمْ بَصَائِرُ مِنْ رَبِّكُمْ»

آیات زیر به کدام مورد اشاره دارد؟

- گفت: کز چوب خدا این بنده‌اش / می‌زند بر پشت دیگر بنده‌اش
چوب حق و پشت و پهلوی، آن او / من غلام و آلت فرمان او
- ۱) اراده‌ی انسان امری مشهود است که سرنوشت انسان را تعیین می‌کند.
 - ۲) بدون پذیرش قدر و قضا هیچ زمینه‌ای برای کار اختیاری پدید نمی‌آید.
 - ۳) اختیار یک واقعیت عقلی و مشهود است که به روشنی اثبات می‌گردد.
 - ۴) اختیار یک حقیقت وجدانی است که هر انسانی آن را در خود می‌یابد.

با دقت و تفکر در آیات و روایات به دست می‌آید که اراده‌ی انسان در اراده و مشیت خداوند قرار می‌گیرد، یعنی

- ۱) عرض - اراده‌ی انسان و عملی که از او سر می‌زند، در کنار اراده‌ی خداوند می‌گیرد.
- ۲) طول - اراده‌ی انسان و عملی که از او سر می‌زند، در کنار اراده‌ی خداوند می‌گیرد.
- ۳) عرض - وجود ما، اراده‌ی ما و عملی که از ما سر می‌زند، همگی وابسته به اراده‌ی خداوند است.
- ۴) طول - وجود ما، اراده‌ی ما و عملی که از ما سر می‌زند، همگی وابسته به اراده‌ی خداوند است.

At the turn of the twentieth century, many discoveries in Physics and of sciences.

- 1) have made 2) being made 3) would be made 4) were being made

The method most paper products are recycled requires a strict separation white and colored paper.

- 1) that 2) which 3) by that 4) by which

John saw a meteor, a shooting star.

- | | |
|----------------------------|---------------------------|
| 1) which is also called | 2) that also is called |
| 3) which it is also called | 4) that also it is called |

٦٣

Don't make noise until I let you do, you?

- | | | | |
|-------|----------|---------|----------|
| 1) do | 2) don't | 3) will | 4) won't |
|-------|----------|---------|----------|

٦٤

..... the news? It's too late now.

- | | |
|------------------------|-------------------------|
| 1) Has, announced | 2) Have, announced |
| 3) Has, been announced | 4) Have, been announced |

٦٥

The teacher hardly let the students leave the class, he?

- | | | | |
|--------|---------|-----------|------------|
| 1) did | 2) does | 3) didn't | 4) doesn't |
|--------|---------|-----------|------------|

٦٦

The venue had a lovely, warm and we felt very comfortable there.

- | | | | |
|---------------|----------------|---------------|-------------|
| 1) prevalence | 2) benevolence | 3) competence | 4) ambience |
|---------------|----------------|---------------|-------------|

٦٧

We spent ample time exploring all the different ways to getting home before deciding to fly.

- | | | | |
|---------------|------------|----------------|----------------|
| 1) eventually | 2) shortly | 3) consciously | 4) exclusively |
|---------------|------------|----------------|----------------|

٦٨

Which sentence is grammatically wrong?

- 1) Pronounce the words are difficult for the students.
- 2) To pronounce the words is difficult for the students.
- 3) Pronouncing the words is difficult for the students.
- 4) It is difficult for the students to pronounce the words.

٦٩

You must have at least twenty data items before you can on the results of the study.

- | | | | |
|-------------|---------------|--------------|------------|
| 1) complete | 2) generalize | 3) emphasize | 4) compare |
|-------------|---------------|--------------|------------|

٧٠

If you read a series of texts on a related topic, you will notice a limited vocabulary which is frequently.

- | | | | |
|------------|------------|---------------|-------------|
| 1) boosted | 2) founded | 3) considered | 4) repeated |
|------------|------------|---------------|-------------|

٧١

Coronaviruses (CoV) are a large family of viruses that cause illness ranging from the common cold to more severe diseases such as Middle East Respiratory Syndrome (MERS - CoV) and Severe Acute Respiratory Syndrome (SARS - CoV). A novel Coronavirus (nCoV) is a new strain that has not been previously ...1... in humans.

Detailed investigations found that SARS - CoV was transmitted from civet cats to humans and MERS - CoV from dromedary camels to humans. Several known Coronaviruses are circulating in animals ...2... have not yet infected humans.

Common signs of infection ...3... respiratory symptoms, fever, cough, shortness of breath and breathing difficulties. In more severe cases, infection can cause pneumonia, severe acute respiratory syndrome, kidney failure and even death.

Standard ...4... to prevent infection spread include regular hand washing, covering mouth and nose when coughing and sneezing, thoroughly cooking meat and eggs. ...5... anyone showing symptoms of respiratory illness such as coughing and sneezing.

- | | | | | |
|----------------------------------|------------------------------------|--------------------|----------------|----|
| 1) identified | 2) provided | 3) founded | 4) reflected | ۷۲ |
| 1) which they | 2) that | 3) when | 4) for which | ۷۳ |
| 1) follow | 2) relate | 3) include | 4) combine | ۷۴ |
| 1) applications | 2) relationships | 3) recommendations | 4) generations | ۷۵ |
| 1) With avoiding close contact | 2) Contact closely with a avoiding | | | ۷۶ |
| 3) Avoid contacting closely with | 4) Avoid close contact with | | | |

A few decades ago, professional footballers spent their nights partying. Now, they are much more aware of the benefits of a good night's sleep.

The change began in the mid-1990s, when mattress salesman Nick Littlehales contacted the manager of the Manchester United football team, Alex Ferguson, asking whether he had ever considered how sleep affected performance on the football field. Interested, Ferguson arranged for Littlehales to give a presentation to his team. Before long, the whole team had new mattresses and pillows, and Littlehales soon became football's leading mattress advisor. In 1998, he supplied mattresses for England's World Cup team, and at the 2004 Euros, he created individual sleep routines for every player.

Gradually, club managers began to pay more attention to scientific sleep research, and for good reason. In 2011, a sleep specialist discovered that increasing sleep to 8-10 hours per night massively increased the speed and shot accuracy of basketball players. Other research shows that a single night of inadequate sleep can increase the risk of injury, and 64 hours of bad sleep reduces strength, power and balance, and can even cause the body to eat its own muscles!

What does the passage mainly discuss?

- 1) A complete change in sleeping habits.
- 2) Club managers and their decisions.
- 3) The importance of sleep in professional sports.
- 4) The relationship between sleep and sports injury.

According to the passage, Alex Ferguson

- 1) was attracted to Littlehales' idea.
- 2) was amazed by his players' partying
- 3) had a strange experience in the mid-1990s.
- 4) asked Littlehales to create sleep routines for his players.

The word "supplied" in paragraph 2 is closest in meaning to

- 1) ordered
- 2) chose
- 3) donated
- 4) provided

Which of the following best describes the function of the last sentence in paragraph 3?

- 1) It introduces the topic of the next paragraph.
- 2) It corrects a wrong belief which was described in the previous sentence.
- 3) It adds more information to support what was stated earlier in the paragraph.
- 4) It explains that the argument given in the previous sentence is not based on facts.

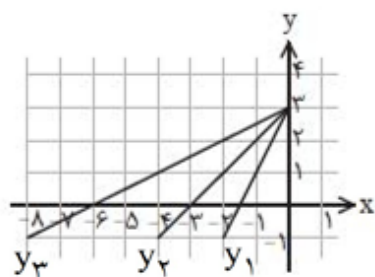
معادله‌ی $x^4 - 3x^3 + 3x^2 - x = 0$ ، چند ریشه‌ی حقیقی دارد؟
 (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه

تابع g از تقارن دادن تابع $y = |x|$ نسبت به محور x ها به دست می‌آید. مساحت محصور بین نمودار تابع $y = g(x - 2) + 3$ با محور x ها کدام است؟
 (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۲

نمودار منحنی $y = \sqrt{4 - x}$ را k واحد در راستای قائم و $k - 2$ واحد در جهت افقی چنان انتقال می‌دهیم که منحنی جدید وارون تابع خود را در نقطه‌ای با عرض ۱ قطع کند. سپس منحنی حاصل را ۱ واحد در راستای قائم به سمت پایین انتقال می‌دهیم. طول نقطه‌ی برخورد منحنی به دست آمده با محور x ها، کدام است؟
 (۱) -۴ (۲) -۳ (۳) ۱ (۴) ۲

- چند جمله زیر در مورد سهمی $y = ax^2 + bx + c$ درست است؟
- هرگاه رأس سهمی در $(2, 3)$ و از نقطه $(-1, -3)$ بگذرد، $a = 1$ است.
 - هرگاه $a = 2$ ، $b = -8$ و یکی از صفرهای تابع ۲ واحد از صفر دیگر تابع بیشتر باشد، $c = 6$ است.
 - هرگاه محور x ها را در دو نقطه به طولهای ۳ و ۲ و محور y ها را در ۸ قطع کند، $a = -\frac{4}{3}$ است.
 - اگر $a = -3$ ، $\Delta > 0$ و صفرهای تابع ۶ واحد اختلاف داشته باشند، سهمی دارای بیشترین مقدار ۲۷ است.
- ۰ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

نمودار مربوط به توابع $f(x)$ ، $f(2x)$ و $f(\frac{x}{2})$ را رسم کرده‌ایم. کدام گزینه صحیح است؟



$$y_1 = f(2x) \quad (1)$$

$$y_2 = f\left(\frac{x}{2}\right) \quad (2)$$

$$y_3 = f(2x) \quad (3)$$

$$y_1 = f(x) \quad (4)$$

اگر معادله $x^3 + x = \frac{m}{m-1}$ فقط یک ریشه‌ی منفی داشته باشد، حدود m کدام است؟

$$m < 0 \quad (4) \quad m > 1 \quad (3) \quad 0 < m < 1 \quad (2) \quad -1 < m < 0 \quad (1)$$

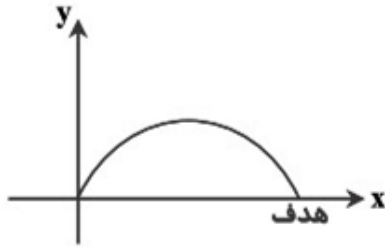
حدود a کدام باشد، تا تابع $f(x) = ax^2 + (a^2 - 3a)x - 3$ دارای دو ریشه در دو طرف خط $x = -1$ باشد؟

$(0, 1) \cup (3, +\infty) \quad (4) \quad (-\infty, 2) \quad (3) \quad (-\infty, 1) \quad (2) \quad (2, +\infty) \quad (1)$

کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

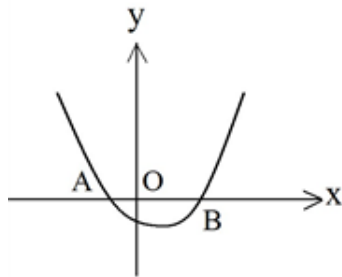
- (۱) نمودار سهمی به معادله $y = a - 5(x + 3)^2$ با فرض $a < 0$ ، محور x ها را قطع نمی‌کند.
- (۲) اگر $a < \frac{1}{4}$ باشد، رأس سهمی به معادله $y = 2ax^2 - x(x - 1)$ بالاترین نقطه‌ی سهمی است.
- (۳) در سهمی به معادله $y = ax^2 + bx$ با تغییر مقدار a ، مختصات رأس سهمی تغییر نمی‌کند.
- (۴) اگر $A(1, 6)$ و $B(5, 6)$ دو نقطه روی نمودار سهمی باشد، آنگاه معادله‌ی محور تقارن سهمی $x = 3$ است.

تویی را همانند شکل، به سمت هدفی پرتاب می‌کنیم. معادله حرکت توپ به شکل یک تابع درجه دو با ضابطه $y = -\frac{1}{40}x^2 + x$ است که x مسافت افقی طی شده (برحسب متر) و y ارتفاع توپ از سطح زمین (برحسب متر) می‌باشد. بیشترین ارتفاعی که توپ از سطح زمین دارد، چند متر است؟



- (۱) ۱۰
(۲) ۲۰
(۳) ۳۰
(۴) ۴۰

در شکل مقابل نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ رسم شده است و $OA < OB$. چند تا از نابرابری‌های زیر درست‌اند؟



- (الف) $b + c < 0$
(ب) $ac < 0$
(ج) $ab > 0$
(د) $b^2 - 4ac > 0$
- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

اگر $f(x^2) = 4x^4 + 4x^2 + 1$ باشد، مقدار $f\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right)$ ، کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$
(۲) $2\sqrt{2} - 3$
(۳) $3 - 2\sqrt{2}$
(۴) $-2\sqrt{2}$

در چه صورت چندجمله‌ای $x^3 + px + q$ بر $(x - a)^2$ بخش‌پذیر است؟

- (۱) $a = -\frac{3q}{2p}$
(۲) $a = -\frac{3p}{2q}$
(۳) $a = \frac{3q}{2p}$
(۴) $a = \frac{3p}{2q}$

نمودار تابع $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$ را $\frac{\pi}{4}$ به طرف x های مثبت و ۱ واحد به طرف y های مثبت می‌بریم.

نمودار جدید محور x ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) $x = k\pi$
(۲) $x = k\pi + \frac{\pi}{4}$
(۳) $x = k\pi - \frac{\pi}{4}$
(۴) $x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{4}$

اگر $\frac{5\pi}{3}$ یک جواب معادله‌ی $\sin^2 x + a = 0$ باشد، مجموع جواب‌های این معادله در بازه‌ی $(0, \pi)$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{4\pi}{3}$
(۲) 2π
(۳) 3π
(۴) $\frac{3\pi}{2}$

۹۵

تعداد جواب‌های معادله مثلثاتی $(1 + \cos(\alpha))(1 + \cos(2\alpha))(1 + \cos(4\alpha)) = \frac{1}{8}$ ، در فاصله $[0, 2\pi]$ کدام است؟

۱۵ (۴)

۱۴ (۳)

۱۰ (۲)

۷ (۱)

۹۶

جواب کلی معادله مثلثاتی $\frac{\sin 3x + \sin 2x}{1 + \cos x} = 0$ ، کدام است؟

 $\frac{(2k+1)\pi}{5}$ (۴) $k\pi + \frac{\pi}{5}$ (۳) $\frac{2k\pi}{5}$ (۲) $\frac{k\pi}{5}$ (۱)

۹۷

تابع مثلثاتی f با دوره تناوب $\frac{\pi}{4}$ و مقادیر ماکزیمم و مینیمم ۳ و -۵ مفروض است. ضابطه‌ی f کدام می‌تواند باشد؟

 $-1 + 4\cos \frac{x}{4}$ (۴) $1 - 4\sin \frac{x}{4}$ (۳) $-1 + 4\sin 4x$ (۲) $1 - 4\cos 4x$ (۱)

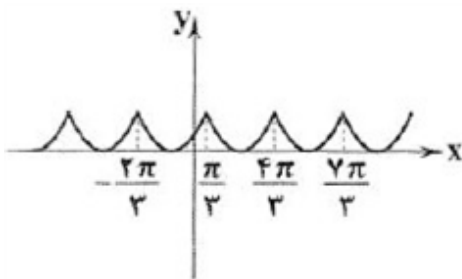
۹۸

جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin 6x + \sin 2x = 2\cos^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ کدام است؟

 $\frac{(3k-1)\pi}{12}$ (۴) $\frac{(3k+1)\pi}{12}$ (۳) $\frac{(4k-1)\pi}{12}$ (۲) $\frac{(4k+1)\pi}{12}$ (۱)

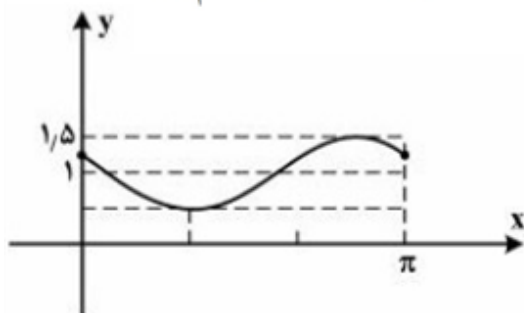
۹۹

نمودار زیر مربوط به کدام تابع است؟

 $y = 1 - \left|\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)\right|$ (۱) $y = 1 - \left|\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\right|$ (۲) $y = 1 - \left|\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\right|$ (۳) $y = 1 - \left|\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)\right|$ (۴)

۱۰۰

شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = 1 + a \sin\left(bx - \frac{\pi}{6}\right)$ با ضابطه‌ی $y = 1 + a \sin\left(bx - \frac{\pi}{6}\right)$ است. $a + b$ کدام است؟

 $\frac{1}{2}$ (۱)

۱ (۲)

 $\frac{3}{2}$ (۳)

۲ (۴)

۱۰۱

مجموع جواب‌های معادله‌ی $\sqrt{3}\sin x = 2 + 2\cos^2 x$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- (۱) 2π (۲) 6π (۳) 3π (۴) 5π

۱۰۲

معادله‌ی $\sin^2 x + \frac{1}{4}\sin^2 x = 1$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ چند ریشه دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۱۰۳

جواب معادله‌ی $\tan x + \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -2$ کدام است؟

- (۱) $\frac{k\pi}{3}$ (۲) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۳) $k\pi + \frac{\pi}{3}$ (۴) $k\pi - \frac{\pi}{3}$

۱۰۴

جواب کلی معادله $2(\cos^2 x + \sin^2 x)(\cos x + \sin x) = 1 + 2\sin^3 x$ به کدام صورت است؟

- (۱) $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۴) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

۱۰۵

فرض کنید $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ باشد، نقطه‌ی برخورد مجانب‌های تابع $y = f\left(\frac{1}{x}\right)$ در چه فاصله‌ای از مبدأ مختصات قرار دارد؟

- (۱) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{11}}{2}$

۱۰۶

تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{4x^n - 6x^2 + 1}{ax^3 + 7x^2 - 2}$ را در نظر بگیرید. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$ باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{4}{17}$ (۲) $-\frac{6}{17}$ (۳) $-\frac{5}{12}$ (۴) $-\frac{6}{11}$

۱۰۷

به‌ازای چند عدد صحیح a ، حد تابع $f(x) = \frac{-4[x] - a^2}{3 + x - 2x^2}$ وقتی $x \rightarrow (-1)^-$ برابر $-\infty$ است؟ [] نماد جزء صحیح است.

- (۱) ۲ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۵

اگر $f(x) = \frac{2^x - 2^{-x}}{2^x + 2^{-x}}$ حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) بی‌معنی

حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{\frac{x^3 + x^2}{x - 2}} + x \right)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) -۱

اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 3x + 1}{x + 2} - ax - b \right) = 0$ باشد، آن‌گاه $a + b$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۴ (۳) -۲ (۴) -۱

اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه مجموع درایه‌های سطر سوم ماتریس $(A - I)^4$ برابر کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

اگر $2A = \begin{bmatrix} |A| & -1 \\ 4 & |A| \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس $-3A$ کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) -۹ (۳) ۱۸ (۴) -۱۸

اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 & x \\ y & 2 \end{bmatrix}$ و $A \times B$ یک ماتریس قطری باشد، درایه واقع در سطر دوم و ستون اول $B \times A$ کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۰ (۳) ۶ (۴) -۲

اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، درایه‌های سطر اول ماتریس A^4 ، کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

کدام یک از خط‌های زیر مماس مشترک دو دایره $x^2 + y^2 - 4x = 0$ و $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 1 = 0$ است؟

- (۱) $3x + 4y + 1 = 0$ (۲) $5x + 12y + 1 = 0$
(۳) $4x - 3y + 2 = 0$ (۴) $5x - 12y + 2 = 0$

شعاع دایره‌ای که از دو نقطه $(2, 0)$ و $(-2, 0)$ گذشته و بر خط $y = 1$ مماس است، چگونه می‌باشد؟

- (۱) $1/5$ (۲) $2/5$ (۳) 3 (۴) $\sqrt{5}$

اگر وارون ماتریس $\begin{bmatrix} m & 1 \\ -1 & -m \end{bmatrix}$ با خودش برابر باشد، دترمینان این ماتریس کدام است؟

- (۱) 1 (۲) -1 (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $-\sqrt{2}$

ماتریس‌های $A = \begin{bmatrix} a & b-2 \\ 2c & 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -2 & 3b \\ -c+4 & 1 \end{bmatrix}$ مفروض است. اگر ماتریس $A + B$ ماتریسی

اسکالر باشد، مقدار $a + 2b - c$ کدام است؟

- (۱) 11 (۲) 8 (۳) 3 (۴) صفر

اگر $A = \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \end{bmatrix}$ ، حاصل $(I - A)^{100}$ کدام است؟

- (۱) A (۲) I (۳) $I - A$ (۴) $I + A$

دو دایره $x^2 + y^2 - 2x - 4 = 0$ و $x^2 + y^2 - 6x + 8y - m = 0$ دقیقاً دارای سه مماس مشترک هستند. m

برابر کدام است؟

- (۱) 20 (۲) -20 (۳) 10 (۴) -10

نقطه‌ی $A(0, 3)$ مفروض است. اگر نقطه‌ی B روی دایره‌ی $x^2 + y^2 + 4y = 0$ در حرکت باشد، مجموع

مختصات B زمانی که AB بیش‌ترین مقدار خود را دارد، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -2 (۳) 3 (۴) -4

حاصل دترمینان $\begin{vmatrix} 1 & -b-c & (b+c)^2 \\ 1 & -a-c & (a+c)^2 \\ 1 & -a-b & (a+b)^2 \end{vmatrix}$ کدام است؟

- (۱) صفر $(a-b)(b-c)(c-a)^2$
 (۲) $a^3 + b^3 + c^3$
 (۳) $(a+b)(b+c)(c+a)$
 (۴) $a^3 + b^3 + c^3$

۱۲۳ طول وتری که خط $x - 3y = 5\sqrt{10}$ بر دایره‌ی $x^2 + y^2 - 12x - 4y - 129 = 0$ جدا می‌کند، کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۲۴ (۳) ۶ (۴) ۴۸

۱۲۴ اگر $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $A^2 - 3A$ کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

۱۲۵ دو مقطع مخروطی $x^2 = y^2 + 2$ و $2x^2 + 2(y-1)^2 = 5$ نسبت به هم چه وضعی دارند؟

(۱) برخوردی ندارند.
 (۲) در دو نقطه بر هم مماس هستند.
 (۳) در دو نقطه متقاطع‌اند.
 (۴) در چهار نقطه متقاطع‌اند.

۱۲۶ نقطه‌ی $M(\sqrt{5}, 2b)$ مرکز دایره‌ای است که این دایره بر دو خط $y = 2x$ و $x = 2y$ مماس می‌باشد. شعاع این دایره کدام می‌تواند باشد؟

(۱) $2\sqrt{5}$ (۲) ۳ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\sqrt{5}$

۱۲۷ دو نقطه‌ی ثابت A و B را در صفحه به گونه‌ای در نظر بگیرید که طول AB برابر واحد باشد. مکان هندسی نقطه‌ی C به طوری که $2AC^2 + BC^2 = 9$ باشد، کدام است؟

(۱) خطی عمود بر AB
 (۲) دایره‌ای به شعاع $\frac{1}{2}$
 (۳) دایره‌ای به شعاع $\frac{5}{3}$
 (۴) خطی متقاطع با AB به فاصله‌ی $\frac{1}{3}$ از A

۱۲۸ مرکز دایره‌ای بر روی نیمساز ناحیه‌ی اول است. اگر این دایره از نقطه‌ی $A(6, 3)$ گذشته و بر خط به معادله‌ی $y = 2x$ مماس شود، شعاع آن کدام است؟

(۱) $\sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{6}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{10}$

اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های سطر دوم ماتریس A^{13} کدام است؟

- ۱۴ (۱) ۲۷ (۲) ۵۴ (۳) ۳۵ (۴)

معادله‌ی $\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 - 1 \\ x - 1 & 1 & x^2 \\ 1 & x - 1 & x^2 \end{vmatrix} = 0$ چند ریشه‌ی متمایز دارد؟

- هیچ (۱) ۳ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)

مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد طبیعی چهار رقمی که در تقسیم بر ۱۳۱، باقیمانده از ۲ برابر مربع خارج قسمت، ۳ واحد بیشتر باشد، کدام است؟

- ۱۰ (۱) ۱۲ (۲) ۲۵ (۳) ۲۷ (۴)

معادله‌ی سیاله‌ی $18x + 10y = 170$ چند جواب صحیح در بازه‌ی $-20 < x < 20$ و $-20 < y < 20$ دارد؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

اگر $5^{1399} \equiv 3 \times 49^{2016} + k$ باشد، کوچک‌ترین مقدار طبیعی k کدام است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴)

چند نوع گراف ۷ منتظم مرتبه ۱۰ داریم؟

- ۲ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۴ (چنین گرافی نداریم)

در تقسیم عدد سه‌رقمی a بر عدد طبیعی b ، خارج‌قسمت ۲۱ و باقیمانده ۳۷ می‌باشد. چند عضو از مجموعه جواب‌های a ، مضرب ۵ می‌باشد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

معادله هم‌نهشتی $x^3 - x \equiv 0$ چند جواب طبیعی دورقمی دارد؟

- ۹۰ (۱) ۴۵ (۲) ۳۰ (۳) ۱۰ (۴)

معادله‌ی سیاله‌ی $18x + ay = 3$ به‌ازای چند عدد a که $a \in \{1, 2, \dots, 100\}$ ، در مجموعه‌ی Z دارای جواب است؟

- ۳۳ (۱) ۶۷ (۲) ۴۴ (۳) ۵۴ (۴)

۱۳۸ اگر در یک گراف ساده، ۲ رأس درجه ۵ = Δ ، ۳ رأس درجه ۴ و ۳ رأس درجه ۲ وجود داشته باشد، تعداد رأس‌های درجه ۱ کدام عدد می‌تواند باشد؟

- ۵ (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴)

۱۳۹ اگر $a^2 \mid b^8$ ، کدام نتیجه‌گیری صحیح است؟

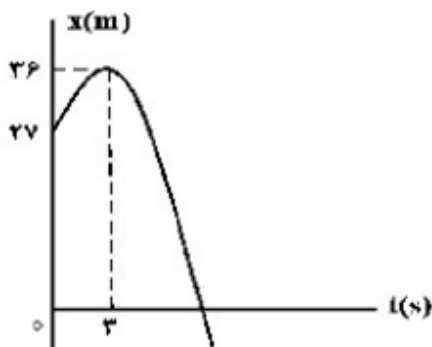
- $a \mid b$ (۱) $a \mid b^2$ (۲) $a^4 \mid b^9$ (۳) $a^2 \mid b^7$ (۴)

۱۴۰ به‌ازای چند عدد طبیعی دو رقمی n ، دو عدد به‌صورت‌های $5n + 4$ و $13n - 3$ ، نسبت به هم غیر اول‌اند؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۱۴۱ متحرکی در حال حرکت با شتاب ثابت، در $t = 5$ با تندی ۱۰ متر بر ثانیه از $X = 6$ می‌گذرد و در $t = 9$ در مکان $X = 46$ قرار دارد و در این مدت تندی متوسط آن $12/5$ متر بر ثانیه بوده است. سرعت اولیه این متحرک چند متر بر ثانیه بوده؟

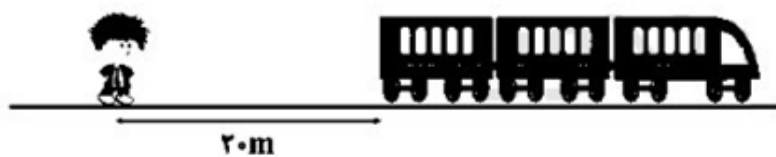
- ۱۰ (۱) -۶۰ (۲) -۲۰ (۳) ۴۰ (۴)



۱۴۲ شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم با شتاب ثابت حرکت می‌کند. مسافتی که متحرک در بازه‌ی زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 10$ طی می‌کند، چند متر است؟

- ۴۰ (۱) ۴۵ (۲) ۵۸ (۳) ۸۵ (۴)

۱۴۳ مطابق شکل زیر، در لحظه‌ی $t_1 = 0$ قطاری به طول ۱۲۰m با سرعت ثابت $2 \frac{m}{s}$ در حال حرکت است و شخصی با سرعت ثابت به دنبال قطار می‌دود. اگر این شخص در لحظه‌ی $t_1 = 15s$ به قطار برسد، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه از قطار جلو می‌زند؟



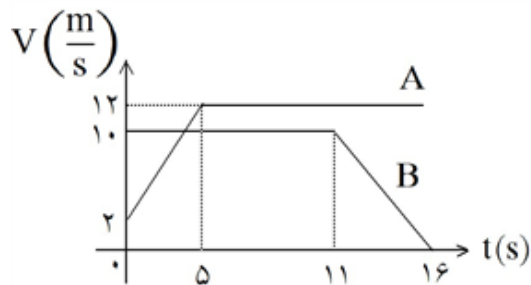
- ۹۰ (۱) ۱۰۵ (۲) ۶۰ (۳) ۸۵ (۴)

۱۴۴ متحرکی که از حال سکون با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ روی خط راست به راه می‌افتد. پس از ۲۰ ثانیه سرعتش با آهنگ ثابت $4 \frac{m}{s^2}$ کاهش می‌یابد تا متوقف شود. از لحظه‌ی شروع حرکت تا لحظه‌ی توقف، متحرک چند متر جابه‌جا می‌شود؟

- ۲۰۰ (۱) ۴۰۰ (۲) ۶۰۰ (۳) ۸۰۰ (۴)

متحرکی روی محیط دایره‌ای به شعاع 10 m با سرعت ثابت $12\frac{\text{m}}{\text{s}}$ در هر 5 ثانیه یک دور می‌زند. در مدت $2/5$ ثانیه

به ترتیب از راست به چپ، بزرگی سرعت متوسط و شتاب متوسط متحرک در SI کدام است؟
 (۱) ۸ و صفر (۲) ۴ و صفر (۳) ۴ و $9/6$ (۴) ۸ و $9/6$



نمودار سرعت-زمان دو متحرک A و B، که روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل مقابل است. اگر در لحظه‌ی $t = 0$ ، هر دو در مکان $x = 0$ قرار داشته باشند، چند ثانیه پس از آن، دو متحرک به هم می‌رسند؟

(۱) $7/5$ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) $12/5$

قطار A به طول ۲۰۰ متر با سرعت ثابت $40\frac{\text{m}}{\text{s}}$ در حال حرکت است. قطار B به طول ۲۲۵ متر که روی ریل مجاور

توقف کرده است، به محض این‌که قطار A کاملاً از آن عبور کرد، با شتاب ثابت $2\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ در همان جهت حرکت قطار A

شروع به حرکت می‌کند و سرعت خود را به $50\frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌رساند و با همان سرعت حرکت خود را ادامه می‌دهد. قطار B

چند ثانیه پس از شروع به حرکت، از قطار A سبقت گرفته و از کنار آن کاملاً عبور می‌کند؟
 (۱) $57/5$ (۲) $82/5$ (۳) ۸۰ (۴) ۱۰۵

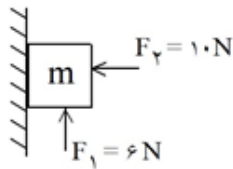
دو وزنه‌ی A و B با سرعت اولیه‌ی یکسان، مماس بر یک سطح افقی پرتاب می‌شوند. اگر جرم وزنه‌ی A نصف جرم وزنه‌ی B و ضریب اصطکاک آن ۲ برابر ضریب اصطکاک وزنه‌ی B باشد، مسافتی که وزنه A طی می‌کند تا متوقف شود، چند برابر مسافتی است که وزنه‌ی B طی می‌کند تا متوقف شود؟

(۱) ۲ (۲) ۱ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

راننده اتومبیلی که در یک مسیر مستقیم با سرعت ثابت در حالت حرکت است، ناگهان مانعی را می‌بیند. راننده $0/4\text{ s}$ پس از دیدن مانع و پس از طی 12 m اقدام به ترمز می‌کند. اگر ضریب اصطکاک جنبشی میان لاستیک‌ها و جاده $0/6$ باشد، اتومبیل پس از ترمز چند متر جابه‌جا می‌شود تا متوقف شود؟ $(g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

(۱) ۳۰ (۲) ۷۵ (۳) ۴۸ (۴) ۹۰

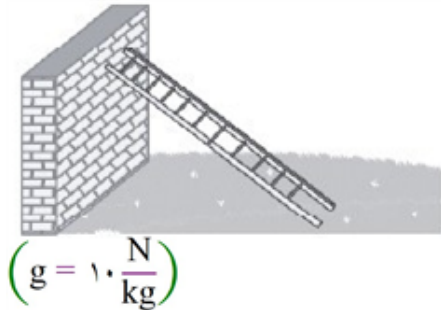
در شکل زیر اگر جرم وزنه 800g باشد، نیروی اصطکاک بین جسم و دیوار چند نیوتن و جهت آن به کدام سمت



است؟ $(\mu_k = 0.4, \mu_s = 0.5, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

- (۱) - ۲ بالا
(۲) - ۴ بالا
(۳) - ۲ پایین
(۴) - ۴ پایین

در شکل زیر، نردبانی به جرم 7kg به دیوار قائمی تکیه داده شده است و ضریب اصطکاک ایستایی بین نردبان و دیوار برابر 0.8 و ضریب اصطکاک ایستایی بین نردبان و سطح افقی برابر 0.5 می باشد. اگر هر دو سر نردبان در آستانه‌ی سرخوردن باشند، نیرویی که به صورت عمودی از سطح افقی به پایه‌ی نردبان وارد می شود، چند نیوتن است؟



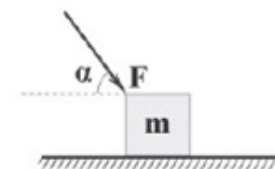
$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

- (۱) ۲۰
(۲) ۲۵
(۳) ۴۰
(۴) ۵۰

جسمی به جرم 400g تحت تأثیر نیروی افقی $\vec{F}$ با تندی ثابت $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ روی سطح افقی حرکت می کند. اگر نیروی $\vec{F}$ ناگهان حذف شود، این جسم پس از ۲ ثانیه می ایستد. بزرگی نیروی $\vec{F}$ چند نیوتن است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) $2/5$
(۴) ۴

در شکل زیر، جسمی به جرم m روی یک سطح افقی با ضریب اصطکاک ایستایی μ_s و ضریب اصطکاک جنبشی μ_k قرار دارد. با تغییر زاویه‌ی α از صفر تا 90° ، جسم روی سطح باقی می ماند؛ در اثر این تغییر زاویه، نیروی برابندی که سطح زیرین جسم به آن وارد می کند، چگونه تغییر می کند؟



- (۱) افزایش می یابد.
(۲) کاهش می یابد.
(۳) ابتدا افزایش، سپس کاهش می یابد.
(۴) ابتدا کاهش، سپس افزایش می یابد.

اگر فاصله از مرکز زمین یک درصد افزایش یابد، شتاب جاذبه:

- (۱) ۲ درصد افزایش می یابد.
(۲) ۲ درصد کاهش می یابد.
(۳) ۱ درصد کاهش می یابد.
(۴) ۱ درصد افزایش می یابد.

- ۱۵۵) نوسانگر جرم و فنری در حال حرکت هماهنگ ساده است و در لحظه‌ی t در مکان $x = +5\text{cm}$ قرار دارد، چه تعداد از عبارات‌های زیر لزوماً در مورد این نوسانگر در لحظه‌ی t صحیح است؟
 الف) بردار شتاب حرکت آن منفی است.
 ب) بردار سرعت آن مثبت است.
 ج) حرکت آن به صورت تندشونده است.
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

- ۱۵۶) یک ساعت که با آونگ کار می‌کند، در ارتفاع $5R_0$ از سطح زمین قرار دارد. اگر یک شبانه‌روز در سطح زمین طی شود، عقربه‌ی ساعت‌شمار این ساعت چه مدت زمانی جلو خواهد رفت؟ (آونگ به کاررفته در ساعت را یک آونگ ساده در نظر بگیرید.)
- ۱ (۱) ۲۰ دقیقه ۲ (۲) ۴ ساعت ۳ (۳) ۲ ساعت ۴ (۴) ۱۴۴ ساعت

- ۱۵۷) دوره‌ی نوسانگر ساده‌ای $0/12$ ثانیه است، و در یک لحظه مکان نوسانگر مثبت و برابر با نصف دامنه بوده و حرکتش در آن لحظه کندشونده است. حداقل چند ثانیه طول می‌کشد تا پس از این لحظه، نوسانگر به بیشینه‌ی مکان خود برسد؟
- ۰/۰۱ (۱) ۰/۰۲ (۲) ۰/۰۳ (۳) ۰/۰۴ (۴)

- ۱۵۸) نوسانگری روی پاره‌خطی افقی به طول 10cm در حال نوسان ساده است. اگر نوسانگر در هر دقیقه، 1200 بار طول این پاره‌خط را طی کند، اندازه‌ی شتاب نوسانگر در مکان $x = 2/5\text{cm}$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟ ($\pi^2 = 10$) فرض شود.
- ۰/۱ (۱) ۱ (۲) ۱۰ (۳) ۱۰۰ (۴)

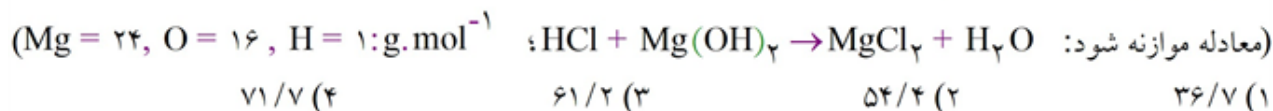
- ۱۵۹) نوسانگری روی محور x ها بین دو مکان $+6\text{m}$ و -6m نوسان می‌کند. اگر این نوسانگر در لحظه‌ی t (برحسب ثانیه) در مکان $x = -3\text{m}$ و در حال دور شدن از مرکز باشد و همچنین در لحظه‌ی $t + 9$ (برحسب ثانیه) برای دومین بار از لحظه‌ی t به بعد به مکان $x = +3\sqrt{3}\text{m}$ برسد، این نوسانگر در مدت یک دقیقه چند نوسان کامل انجام می‌دهد؟
- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

- ۱۶۰) دوره‌ی تناوب یک آونگ ساده 12 ثانیه است. آنرا به یک آونگ ساده‌ی دیگر که دوره‌ی تناوب آن 5 ثانیه است، متصل می‌کنیم. دوره‌ی تناوب مجموعه‌ی جدید چند ثانیه خواهد بود؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)
- ۱۳ (۱) ۷ (۲) ۱۹ (۳) ۹/۵ (۴)

- ۱۶۱) یک محلول M مولار، در اثر حل شدن 275 مولکول از اسید ضعیف تک پروتون‌دار HA با درجه‌ی یونش $0/4$ ، به دست آمده است. مجموع شمار مولکول‌های اسید یونیده نشده و شمار ذره‌های یونی اضافه شده به این محلول، کدام است؟
- ۳۸۵ (۱) ۳۶۴ (۲) ۳۴۲ (۳) ۳۱۶ (۴)

۱۶۲

برای خشتی شدن کامل یک لیتر محلول ۰/۱۵ مولار هیدروکلریک اسید، به تقریب چند گرم شیرمیزی شامل ۸٪ از ماده جامد، باید به آن اضافه شود؟



۱۶۳

اگر انحلال پذیری اسید ضعیف HA در دمای اتاق ۰/۷ گرم باشد، چند گرم از این اسید در ۲ لیتر محلول ۰/۱ مولار سدیم هیدروکسید که حاوی ۱۸۰۰ گرم آب است قابل حل است؟ ($\text{HA} = 104 \text{ g.mol}^{-1}$ ، از آب به وجود آمده بر اثر واکنش $\text{NaOH} + \text{HA} \rightarrow \text{NaA} + \text{H}_2\text{O}$ صرف نظر کنید)

۳۳/۴ (۱) ۷۶/۸ (۲) ۴۸/۲ (۳) ۲۰/۸ (۴)

۱۶۴

با افزودن ۱۰ میلی لیتر از محلول یک ترکیب با خاصیت اسیدی قوی (HA) به ۹۰ میلی لیتر آب مقطر، pH محلول به ۲ کاهش می یابد. برای خشتی شدن کامل هر لیتر از محلول غلیظ اولیه این ترکیب اسید، چند گرم NaOH(s) لازم است؟ ($\text{H} = 1, \text{O} = 16, \text{Na} = 23: \text{g.mol}^{-1}$)

۱ (۱) ۴ (۲) ۱۰ (۳) ۴۰ (۴)

۱۶۵

به تقریب چند گرم KOH ناخالص با درصد خلوص ۸۰ درصد باید به ۵۰۰ لیتر آب در دمای 25°C اضافه شود تا pH محلول حاصل برابر ۱۳ شود؟ (از تغییر حجم محلول صرف نظر شود.)

($\text{K} = 39, \text{O} = 16, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$)

۲۸۰ (۱) ۲۸۰۰ (۲) ۳۵۰۰ (۳) ۳۵۰ (۴)

۱۶۶

برای خشتی شدن کامل ۲۰۰ میلی لیتر محلول ۰/۵ مولار HCl به چند گرم NaHCO_3 ، ۴۲٪ خالص نیاز است؟

($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{Na} = 23: \text{g.mol}^{-1}$)

۱۰ (۱) ۵ (۲) ۲۰ (۳) ۴۰ (۴)

۱۶۷

برای پاک کردن ۱۲۶/۹ گرم اسید چربی که مسیر لوله ی آب را مسدود کرده است، به ۲۴ گرم سدیم هیدروکسید ۷۵٪ خالص نیاز است. هر مولکول از اسید چرب شامل چند اتم است؟ (زنجر آلکیل اسید چرب، دارای یک پیوند دوگانه است.) ($\text{C} = 12, \text{H} = 1, \text{O} = 16, \text{Na} = 23: \text{g.mol}^{-1}$)

۵۴ (۱) ۵۶ (۲) ۵۱ (۳) ۵۳ (۴)

۱۶۸

اگر درصد تفکیک یونی محلول هیدروسیانیک اسید با $\text{pH} = 5/7$ برابر ۰/۱ درصد باشد، ۱۰۰ mL از آن شامل چند مول از این اسید است؟

۰/۰۱ (۱) ۰/۰۰۰۱ (۲) ۰/۰۲ (۳) ۰/۰۰۰۲ (۴)

pH محلول 0.2 mol.L^{-1} استرانسیم هیدروکسید چند برابر pH محلول 0.4 mol.L^{-1} اسید ضعیف HA است؟
 $(K_a(\text{HA}) = 10^{-6})$

۴/۱ (۴)

۰/۲۷ (۳)

۹/۹ (۲)

۳/۷ (۱)

در محلول $2/00$ مولار HNO_3 داریم $[\text{H}^+] = 0.3 \text{ M}$ با توجه به آن K_a اسید داده شده عبارت است از:

 $4/00 \times 10^{-4}$ (۴) $9/00 \times 10^{-4}$ (۳)

۰/۰۳ (۲)

 $4/56 \times 10^{-4}$ (۱)

الکتریسته حاصل از عبور 448 لیتر گاز اکسیژن در شرایط STP و واکنش آن با گاز هیدروژن کافی در یک سلول سوختی (با فرض بازدهی 100%)، چند گرم نقره را در یک سلول آبکاری نقره به جسم موردنظر می‌تواند انتقال دهد؟

 $(\text{O} = 16, \text{Ag} = 108 : \frac{\text{g}}{\text{mol}})$

۸۶۴۰ (۴)

۶۴۸۰ (۳)

۴۳۲۰ (۲)

۲۱۶۰ (۱)

هرگاه در سلول گالوانی آلومینیوم-مس، کاهش جرم آند برابر $10/8$ گرم باشد، با مبادله همین تعداد الکترون در زنگ زدن آهن چند لیتر گاز O_2 در شرایط STP مصرف می‌شود؟
 $(\text{Al} = 27, \text{Cu} = 64 : \text{g.mol}^{-1})$

 $(E^\circ(\text{Cu}^{2+}/\text{Cu}) = +0.34\text{V}, E^\circ(\text{Al}^{3+}/\text{Al}) = -1.66\text{V})$

۴/۴۸ (۴)

۱/۱۲ (۳)

۶/۷۲ (۲)

۲/۲۴ (۱)

مخلوطی از فلزهای آهن و نقره به جرم 8 گرم را وارد نیم‌لیتر محلول هیدروکلریک اسید با $\text{pH} = 0.6$ می‌کنیم و پس از انجام تمام واکنش‌های ممکن، pH محلول به $1/7$ می‌رسد. به تقریب چند درصد مخلوط اولیه را فلز نقره تشکیل داده است؟
 $(\text{Fe} = 56, \text{Ag} = 108 : \text{g.mol}^{-1})$

۴۰ (۴)

۶۰ (۳)

۷۳ (۲)

۲۷ (۱)

هرگاه در سلول گالوانی آهن-نقره، افزایش جرم کاتد سلول برابر $21/6$ گرم باشد، با دادوستد همین مقدار الکترون در سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن، حجم گاز هیدروژن اکسایش یافته در آند این سلول چند لیتر است؟

 $(\text{Fe} = 56, \text{Ag} = 108 : \text{g.mol}^{-1}, 0.8 \text{ g.L}^{-1}, 0.8 \text{ g.L}^{-1})$
 $(E^\circ(\text{Ag}^+/\text{Ag}) = +0.8\text{V}, E^\circ(\text{Fe}^{2+}/\text{Fe}) = -0.44\text{V})$

۵ (۴)

۲۵ (۳)

۵۰ (۲)

۲/۵ (۱)

یک تیغه مسی در 200 میلی‌لیتر محلول 0.4 مولار نقره نیترات قرار داده شده است. اگر سرعت واکنش برابر با $0.15 \text{ mol.min}^{-1}$ باشد. چند ثانیه زمان لازم است تا غلظت مس (II) نیترات به 0.1 مول بر لیتر برسد و اگر تنها Ag(s) بر روی تیغه مسی بنشیند، جرم تیغه مس در این لحظه چند گرم تغییر می‌کند؟

 $2\text{Ag}^+(\text{aq}) + \text{Cu(s)} \rightarrow 2\text{Ag(s)} + \text{Cu}^{2+}(\text{aq}) \quad (\text{Ag} = 108, \text{Cu} = 64 \text{ g.mol}^{-1})$

۸/۰۸g و ۹۰s (۴)

۳/۰۴g و ۸۰s (۳)

۳/۰۴g و ۹۰s (۲)

۸/۰۸g و ۸۰s (۱)

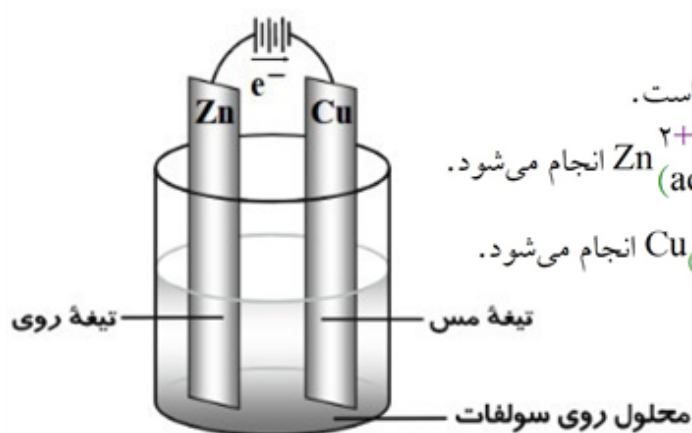
- (۱) الکتروشیمی شاخه‌ای از دانش شیمی است که در بهبود خواص مواد و تأمین انرژی نقش بسزایی دارد.
- (۲) تأمین انرژی به واسطه‌ی باتری‌ها و سلول سوختی و تولید مواد به‌شیوه‌ی برق‌کافت، برخی از قلمروهای الکتروشیمی هستند.
- (۳) اغلب فلزها در واکنش با نافلزها تمایل دارند اکسید شوند و تشکیل کاتیون بدهند.
- (۴) در واکنش فلز روی با گاز کلر، یون Cl^- گونه‌ی اکسایش یافته محسوب می‌شود.

در مورد یک سلول الکترولیتی کدام مورد صحیح نیست؟

- (۱) در این سلول‌ها یک واکنش شیمیایی در خلاف جهت طبیعی به پیش رانده می‌شود.
- (۲) الکتروود آند، الکترون‌ها را که از اکسایش گونه‌ها حاصل شده از الکترولیت خارج می‌کند.
- (۳) واکنش‌هایی که در این سلول‌ها انجام می‌شوند دارای $\Delta G < 0$ هستند.
- (۴) کاتیون‌ها در کاتد الکترون گرفته و به یون منفی تبدیل می‌شوند.

کدام توصیف درباره سلول مقابل درست است؟

- (۱) در این سلول فلز روی کاتد و فلز مس آند است.
- (۲) جهت حرکت الکترون‌ها در محلول از روی به مس است.
- (۳) در پایگاه کاتدی نیم‌واکنش $\text{Zn}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Zn}(\text{s})$ انجام می‌شود.
- (۴) در پایگاه آندی نیم‌واکنش $\text{Cu}(\text{s}) \rightarrow \text{Cu}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^-$ انجام می‌شود.



کدام مورد درباره‌ی برق‌کافت آب، درست است؟

- (۱) واکنش صنعتی مهمی برای تولید گاز اکسیژن است.
- (۲) در نیم‌واکنش اکسایش آن، گاز اکسیژن آزاد می‌شود.
- (۳) در شرایط یکسان، حجم گاز تولید شده در آند و کاتد، برابر است.
- (۴) pH قسمت کاتدی قلیایی شده و pH قسمت آندی بدون تغییر باقی می‌ماند.

عدد اکسایش P در PO_4^{3-} با عدد اکسایش N در کدام گونه برابر است؟

- (۱) $\text{Al}(\text{NO}_3)_3$ (۲) NH_4NO_3 (۳) NO_2^- (۴) N_2O_3

۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معنی درست واژه‌ها:

(الف) حلیه: زیور و زینت
(ب) اکراه: ناخوشایند دانستن
(و) انگاره: طرح و نقشه
(ه) بازبسته: مرتبط، وابسته

۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. استقرار: برپایی، برقرار و ثابت کردن کسی یا چیزی

رواق: بنایی با سقف گنبدی یا به شکل هرم

شیخ: سایه‌ی موهوم از کسی یا چیزی، آنچه به صورت سیاهی به نظر می‌آید.

طیلسان: ردا

خشاب: جعبه‌ی فلزی مخزن گلوله که به اسلحه وصل می‌شود و گلوله‌های پی در پی، از آن وارد لوله‌ی سلاح می‌شود.

۳ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. معنی درست واژه‌ها:

تزویر: ریاکاری، دورویی / درهم: مسکوک نقره / تلقی: تفسیر، تعبیر، بیان / طیلسان: نوعی ردا

۴ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. همان طور که ملاحظه می‌فرمایید محور این سؤال پیرامون واژه‌ی «مستور» می‌گردد. حال

باید دید که «مستور یا مسطور» در کدام بیت کاربرد دارد.

(مستور: پوشیده، پوشیده شده، نهان) (مسطور: مکتوب، نوشته شده)

در بیت ۱ املاي «مسطور» درست است.

۵ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

املاي سِدِ سکندر (اسکندر)، مایه‌ی آب حیات، فِراقت (فراق و دوری تو) نادرست آمده است.

۶ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. املاي درست واژه در عبارات: الف) خاست/ج) گزارد

۷ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۸ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱): بین «خاکسار» و «زمین» معادله برقرار است.

گزینه (۲): به دلیل این که مصراع دوم در ادامه مصراع اول است و مفهوم آن‌ها به هم ارتباط دارد، اسلوب معادله‌ای دیده نمی‌شود.

گزینه (۳): بین «به هم پیوستگان» و «دو لب» معادله برقرار است.

گزینه (۴): بین «عمر» با «قافله» و «موی سفید» در «خاکستر» معادله برقرار است.

۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی موارد:

الف) چشم و دل شبنم: تشخیص / نگران بودن چشم شبنم: استعاره

ب) اسلوب معادله دارد. مصراع دوم مصداقی برای مصراع اول است.

ج) حسن تعلیل: علت چاک گندم، ترس از خرد شدن زیر سنگ آسیاب است. (دلیل ادبی و زیبا)

د) تناقض: «آتش بی‌شعله»، «آتش بی‌شعله شرر دارد».

- گزینه (۱): نوپرداز خاموشی: پارادوکس (تناقض) / خروش من مثل صغیر بلبل تصویر است: تشبیه
 گزینه (۲): اسلوب معادله به کار رفته است، ولی خبری از حسن تعلیل نیست.
 گزینه (۳): صبح ≠ شام ← تضاد و کنایه از «نساختن چیزی و برقراری در شهر و دیار کاملاً مشهود است».
 گزینه (۴): دیده شب‌نم: تشخیص / شکر خواب: حس آمیزی

- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱- غزل حافظ ۲- این واقعه ۳- مکان پس از وقوع ۴- وقوع واقعه ۵- این واقعه ۶- این واقعه ۷- مرحله ی زهد ۸- مرحله ی عشق

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

- گزینه ی ۱: سپاس، مفعول است (سپاس را بر سرم گذشت)
 گزینه ی ۲: اطناب، اسم است و چون بعد از کسره ی اضافه آمده مضاف الیه است.
 گزینه ی ۳: فعل دارد در معنی «می‌کند» است و «مشغول» مسند جمله است.
 گزینه ی ۴: بیگانه حلقه به گوش می‌شود.
 مسند

- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فعل «نشین» جمله ی دو جزئی می‌سازد و واژه ی قید قابل حذف است.
 فعل «کند» معادل «اگر داند = سازد = نماید» به مفعول (آفتابی) و مسند (ناپدید) نیاز دارد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابیات ۱ تا ۳ به مفهوم عزلت و گوشه‌نشینی اشاره دارند و می‌گویند: عزلت و گوشه‌گیری به ویژه دوری از مردم خوب است و ثمربخش، در حالی که در بیت چهارم از عدم عزلت شاعر سخن به میان آمده است.
 این تست با توجه به بیت «تا چشم بشر نبیندت روی / بنهفته به ابر، چهره دل‌بند» از درس دماوندیه طرح شده است.

- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مفهوم کلی سؤال و بیت دوم: رنج و سختی لازمه عشق است.
 بررسی سایر گزینه‌ها:

- گزینه (۱): نکوهش مردم‌آزاری
 گزینه (۳): عاشق هرگز از معشوق آزار نمی‌بیند.
 گزینه (۴): عاشق آرام و قرار ندارد.

- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مفهوم گزینه (۲): با چنین جلوه‌گری چهره زیبای معشوق گر کسی عاشق نشود، جای تعجب است.

مفهوم مشترک بیت مورد نظر و گزینه‌های دیگر: غیر از عاشق واقعی کسی درد و اسرار عشق را درک نمی‌کند.

- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مفهوم مشترک عبارت سؤال و گزینه ی ۴: هرکسی، لیاقت و ظرفیت درک عشق را ندارد.
 مفهوم سایر گزینه‌ها:

- (۱) دل‌بستگی به عشق مجازی، با وجود برخورداری از عشق حقیقی
 (۲) بیماری عشق موجب تندرستی و گرفتاری عشق مصداق رهایی است / عشق، هم درد و هم درمان است.
 (۳) راهنمای راه عشق، خود عشق است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. این بیت به سختی‌هایی که در مسیر عشق در انتظار عاشق است اشاره دارد نه غیرت عاشقانه؛ در واقع عشق محبوب آنچنان سخت و جانگداز است که عاشق را تا مرز جنون و کوفتن سر به دیوار سرای یار پیش می‌برد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. معنی بیت سؤال: ما متعلق به دریای وجود هستیم و به اصل خود برمی‌گردیم، هم‌چنین ما به عالم بالا تعلق داریم و به جایگاه خویش رجعت می‌کنیم. چنین مفهومی از بیت «۲» دریافت می‌شود.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ترجمه‌ی کلمات مهم: اُمَرنا: امر (دستور داده) شده‌ایم / مُنْهَمَرَة: که ریزان است (حال) / لَعَلَّنَا نُدْرِكُ: شاید دریابیم، امید است بفهمیم. [درک کنیم] اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

(۲) به ما امر کرده‌اند (← امر شده‌ایم، «اُمَرنا» مجهول است.)، آفریدگار (← آفرینش)

(۳) نعمت‌های ریزان خداوند (← نعمت‌های خداوند که ریزان است، «منهمرة» حال است. اگر صفت بود، «ال» می‌گرفت.)، درک کرده باشیم (← درک کنیم، فعل مضارع بعد از «لعل» به صورت مضارع التزامی ترجمه می‌شود.)

(۴) استفاده (← استفاده کنیم، «نستفید» فعل است.)، نعمت‌های ریزان الله (← نعمت‌های الله که ریزان است)، فهمیده باشیم (← بفهمیم)

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. آن لایکذبوا: که دروغ نگویند (رد گزینه ۲) هیچ‌گاه در گزینه ۴ زائد است.

نادمین: با پشیمانی، در حال پشیمانی (رد گزینه‌های ۱ و ۴)

تعلمنا: یاد گرفتیم (رد گزینه‌های ۲ و ۴)

لن أنساه: آن را فراموش نخواهیم کرد (رد گزینه‌های ۱ و ۴)

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. خطاها به ترتیب:

(۱) آرزو کرده‌ام (۲) و آبشاری - در حالی که (۳) امیدوارم - بروم

«نکته: التیار ← جریان / آبشار، فواره ← الشلال» به عربی

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. معبدهم: عبادت‌گاهشان (رد گزینه‌ی ۳) / رجعوا: برگشتند (رد گزینه‌ی ۱) / «مکسرة» حال است ← شکسته شده (رد گزینه‌های ۳ و ۴) / «أحضِر» مجهول است ← احضار شد (رد گزینه‌های ۱ و ۴)

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

گزینه‌ی ۱: الفرائس الحیة: شکارهای زنده

گزینه‌ی ۲: و هی تبَحُّ: در حالی که می‌گردید.

[شاهدت: ماضی + و هی تَبَحُّ ← فعل دوم ماضی استمراری ترجمه می‌شود.] مضارع

گزینه‌ی ۳: لعل: شاید

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فقط گزینه‌ی اول نادرست است.

(۱) لیت + مضارع ← مضارع التزامی: کاش بتوانی (می‌توانستی ← ماضی استمراری نادرست است.) سایر گزینه‌ها همگی صحیح هستند.

«پروانه در شروع زندگی‌اش روی شکمش راه می‌رود پس از مدتی پوششی به دور بدنش می‌سازد و در آن می‌ماند سپس با دو بال از آن خارج می‌شود، پروانه به وسیله‌ی خرطوم‌ی بلند و نازک از شیرهی گل‌ها غذایش را می‌خورد، پروانه‌ها پرواز کردن در مسافت‌های نزدیک و دور را دوست دارند در حالی‌که قادر به بازگشت به زادگاهشان هستند. معمولاً پروانه‌ها را در حالی‌که به سمت نور پرواز می‌کنند می‌بینیم زیرا آن‌ها همواره نیاز دارند که درجه‌ی مشخصی از گرما را حفظ کنند. خداوند به این حیوان رنگ‌های مختلف و زیبا در بال‌ش همانند بهترین ابزارها برای دفاع از خودش عطا کرده است.»

.....

از ویژگی‌های پروانه

- (۱) پرواز کردن با سرعت در مسافت‌های نزدیک و دور (به سرعت ← غلط)
- (۲) دوری کردن از منابع گرما و نور (غلط)
- (۴) خوردن از برگ گل‌ها (غلط)

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بهترین مکان برای زندگی پروانه کدام است؟
(۴) هر محلی که در آن، گل‌ها رشد می‌کنند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. کدام موضوع در متن نیامده است.

- (۱) دو مرحله در زندگی پروانه (✓)
- (۲) تهدیدکننده‌های زندگی پروانه (×)
- (۳) نبود توانایی پرواز در مرحله‌ای از زندگی‌اش (✓)
- (۴) علت وجود رنگ‌ها در بال پروانه (✓)

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تَتَحَرَّكَ: حرکت می‌کند ← فعل لازم است نه متعدی و از باب «تَفَعَّل» است و دارای دو حرف زائد در ماضی‌اش است و نقش خبر را دارد نه جمله‌ی وصفیه.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. الطَّيْرَان: پرواز کردن ← اسمی مفرد است نه مثنی و نقش مفعول را در این جمله دارد (پروانه‌ها پرواز کردن را دوست دارند)

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

قادات، اسم جمع مؤنث سالم از «قادرة» و اسم فاعل است که در این جمله نقش حال را دارد.
تذکر: اسم‌های جمع مؤنث سالم در حالت منصوب «- / - -» می‌گیرند هیچ‌گاه «-» نمی‌گیرند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. صورت سؤال گزینه‌ای را می‌خواهد که در آن، کلمه‌ی «دوؤب» نقش حال را داشته‌باشد.
در گزینه‌ی ۲، «دوؤباً» حال است. (ترجمه: در زندگی پیشرفت نمی‌کند مگر کسی که با پشتکار تلاش می‌کند!)
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: «أصبح» از افعال ناقصه و «دوؤباً» خبر است.

گزینه‌ی ۳: «يكون» از افعال ناقصه و «دوؤباً» خبر است.

گزینه‌ی ۴: «دوؤباً» بعد از اسم نکره‌ی «طالباً» آمده است و آن‌را توصیف می‌کند، پس حال است، نه صفت.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱): آیا تو می‌دانی بی‌شک دلفین‌ها مانند انسان سوت می‌زنند؟ (با توجه به ترجمه، «أَنْ: که» مناسب جای خالی است.)

گزینه (۲): نشانه‌های آفریدگار روی زمین فراوان‌اند، گویا مردم هوشیار می‌شوند. (با توجه به ترجمه، «لَعَلَّ: امید است که» صحیح است.)

گزینه (۳): این حیوان از زیبایی طبیعت لذت می‌برد، کاش او انسانی شاعر (بااحساس) باشد. (با توجه به ترجمه، «كَأَنَّ: گویا» صحیح است.)

گزینه (۴): ما باید نسبت به اشتباه‌های خود پشیمان شویم و به سوی پروردگارمان توبه کنیم، امید است که ما بخشوده شویم. (صحیح)

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در این گزینه «جمیل» صفت بوده و «هو یَغْنَى» حال است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): «حَيَّةٌ»: حال (صفت در این جمله نیست.)

گزینه (۲): «و هی تسیر معها»: جمله حالیه (صفت در این جمله نیست.)

گزینه (۴): «المعمرة»: صفت (حال در این جمله وجود ندارد.)

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در حروف مشبه بالفعل: اسم منصوب و خبر مرفوع است و در افعال ناقصه: اسم مرفوع و خبر منصوب است.

(۱) نجاة، صحیح است زیرا اسم مؤخر إنّ بوده و باید منصوب باشد.

(۲) سامعات، صحیح است زیرا خبر کان بوده و باید منصوب با علامت اعراب فرعی کسره باشد.

(۳) مُكْرَمًا، صحیح است زیرا خبر کان بوده و باید منصوب باشد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در گزینه‌ی ۲: «متحدثین»، در گزینه‌ی ۳: «متأملًا» و در گزینه‌ی ۴: «جاریه» حال مفرد هستند. (در گزینه‌ی ۱ «منزعجاً» خبر «تکن» است.)

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

گزینه‌ی ۱: صاحب حال «طفل» ← جائعاً

گزینه‌ی ۲: صاحب حال ضمیر بارز «ي» للمخاطبة ← خاشعة

گزینه‌ی ۳: صاحب حال «صديق» ← مظلوماً

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. با در نظر گرفتن ضمیر «أنتما» که للمخاطبین یا مخاطبتین می‌باشد، لذا فقط این گزینه نادرست است یعنی پاسخ صحیح می‌باشد چون للغائبین است.

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. «أنتما» مخاطب است و فعل غایب «یُؤْمِنَانِ» برای آن، نادرست می‌باشد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طبق حدیث شریف پیامبر اکرم (ص) که فرمود: «أَفْضَلُ لِبِعَادَةِ إِمَانُ التَّفَكُّرِ فِي اللَّهِ وَ فِي قُدْرَتِهِ»: «برترین عبادت، اندیشیدن مداوم درباره‌ی خدا و قدرت اوست»، اندیشه زمانی می‌تواند برترین عبادت باشد که مستمر و در مورد صفات الهی باشد، نه درباره‌ی ذات و چیستی خدا. اندیشه مانند بذری است که در ذهن جوانه می‌زند، در دل و قلب ریشه می‌دواند و در عمل برگ و بار آن ظاهر می‌شود. پس تجلی ظهور اندیشه، در اعمال انسان است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. جهان همواره و در هر آن به خداوند نیازمند است و این نیاز هیچ‌گاه قطع و یا کم نمی‌شود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. عالم محضر خداست به معنای آن است که هر موجودی در حدّ خودش تجلی‌بخش خداوند و نشانگر حکمت، قدرت، رحمت و سایر صفات الهی است. اینکه انسان بتواند با هر چیزی خدا را ببیند، معرفتی عمیق و والا است که در ... اما هدفی قابل دسترس است، به‌خصوص برای جوانان و نوجوانان که پاکی و صفای قلب دارند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. هر کدام از ما، براساس فطرت خویش، خدا را می‌یابیم و حضورش را درک می‌کنیم و به روشنی می‌دانیم در جهانی زندگی می‌کنیم که آفریننده‌ای حکیم آن را هدایت و پشتیبانی می‌کند و به موجودات و مخلوقات مدد می‌رساند. با وجود این شناخت اولیه، قرآن کریم ما را به معرفت عمیق‌تر درباره‌ی خداوند فرا می‌خواند و راه‌های گوناگونی را برای درک وجود او و نیز شناخت صفات و افعال او به ما نشان می‌دهد. یکی از این راه‌ها تفکر درباره‌ی نیازمند بودن جهان، در پیدایش خود، به آفریننده و خالق است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با اینکه ما به وجود خداوند به‌عنوان آفریدگار جهان پی می‌بریم و صفات و اسماء او را می‌توانیم بشناسیم، اما نمی‌توانیم ذات و چیستی او را دریابیم، از همین رو پیامبر اکرم (ص) فرموده است: «تَفَكَّرُوا فِي كُلِّ شَيْءٍ» ← امری ممکن ← شناخت صفات و اسماء خداوند «وَلَا تَفَكَّرُوا فِي ذَاتِ اللَّهِ» ← امری غیرممکن ← عدم شناخت ذات و چیستی خداوند

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در بحث توحیدی در ولایت می‌خوانیم که: چون خداوند تنهای مالک حقیقی جهان است، هرگونه تصرف در جهان، حق او و شایسته‌ی اوست، لذا پذیرش مالکیت خداوند زمینه‌ساز پذیرش ولایت مطلق اوست.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. آیه‌ی ۷۸ سوره‌ی مبارکه‌ی یس بیان‌گر امکان معاد و اشاره به پیدایش نخستین انسان دارد. یعنی بیان می‌شود که همان‌گونه که خداوند قادر است انسان را در آغاز خلق کند، می‌تواند بار دیگر نیز او را زنده کند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. میان بعد فردی و بعد اجتماعی توحید، رابطه‌ی متقابل وجود دارد. هر قدر که مردم یک جامعه به سوی توحید حرکت کنند، ارکان جامعه نیز بیش‌تر رنگ توحیدی به خود می‌گیرد، همان‌طور که هر قدر نهادهای اجتماعی در خدمت اجرای قوانین الهی باشد (توحید عملی در بعد اجتماعی)، زمینه برای رشد انسان‌ها و حرکت به سوی خداوند و زندگی موحدانه آسان‌تر می‌گردد. این امر با مفاد آیه «هَذَا صِرَاطٌ مُسْتَقِيمٌ» ارتباط دارد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. «میوه‌های درخت اخلاص»

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. انسان همواره بر سر دو راهی بندگی خداوند و بندگی هوای نفس و شیطان قرار دارد و زندگی صحنه‌ی انتخاب یکی از این دو راه است، آن کس که راه توحید را برمی‌گزیند و در پی آن اندیشه و دل و عمل خویش را برای رضای حضرت دوست قرار می‌دهد، خطراتی او را تهدید می‌کند و احتمال انحراف از توحید برای او هست، لذا پیامبر در این حدیث درباره‌ی این موضوع می‌فرماید، پس باید ببینیم چگونه از حرم دل پاسبانی کنیم تا آفت شرک به آن راه نیابد و عمل ما خالص برای خداوند انجام شود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. حضرت یوسف در آیه ۳۳ سوره یوسف با خداوند سخن گفته و سپس از او در مقابل دام شیطانی زلیخا استمداد می‌طلبد: «پروردگارا! زندان نزد من محبوب‌تر است از آنچه این‌ها مرا به سوی آن فرا می‌خوانند و اگر مکر و نیرنگ آن‌ها را از من بازنگردانی قلب من به آن‌ها متمایل می‌گردد و از جاهلان خواهم بود.» پس در هر شرایطی می‌توان با یاری جستن از خداوند از گناه فاصله گرفت.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به آیه‌ی شریفه‌ی «وَإِنْ أَصَابَتْهُ فِتْنَةٌ ۖ انْقَلَبْ عَلَىٰ وَجْهِهِ خَسِرَ الدُّنْيَا وَ الْآخِرَةَ ذَٰلِكَ هُوَ الْخُسْرَانُ الْمُبِينُ: و اگر بلایی به او رسد، از خدا رویگردان می‌شود و در دنیا و آخرت [هر دو] زیان می‌بیند این همان زیاد آشکار است.» ضرر و زیان واضح و آشکار معلول رویگردانی از خدا در هنگام برخورد با بلایا است. جامعه‌ی موحد، حکومت کسانی را که خداوند به آن‌ها حق حکومت کردن نداده است را نمی‌پذیرد؛ با آنان که با خداوند و مسلمانان دشمنی می‌ورزند دوستی نمی‌کند؛ با ظالمان مبارزه می‌کند؛ بنابر فرمان خداوند، از محرومان و مستضعفان حمایت می‌کند و به این سخن خداوند گوش فرا می‌دهد که فرموده است: «يَا أَيُّهَا الَّذِينَ آمَنُوا لَا تَتَّخِذُوا عَدُوِّيَّ وَ عَدُوَّكُمْ أَوْلِيَاءَ تُلْقُونَ إِلَيْهِم بِالْمَوَدَّةِ وَ قَدْ كَفَرُوا بِمَا جَاءَكُمْ مِنَ الْحَقِّ» و علت دشمنی کردن مسلمانان با حاکمان ظالم این است که آنان به دین حقی که برای آمده است، کفر ورزیده‌اند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از این فرموده‌ی امام علی (ع) در مورد استدراج به آیه‌ی شریفه‌ی «وَالَّذِينَ كَذَّبُوا بِآيَاتِنَا سَنَسْتَدْرِجُهُمْ مِنْ حَيْثُ لَا يَعْلَمُونَ واملی لهم ان کیدی متین: و کسانی که آیات ما را تکذیب کردند به تدریج گرفتار عذابشان خواهیم کرد، از آن راه که نمی‌دانند و به آن‌ها مهلت می‌دهم همانا تدبیر من استوار است.»

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اختیار، که به معنای توانایی بر انجام یک کار و یا ترک آن است، یک حقیقت وجدانی است و هر انسانی آن را در خود می‌یابد و می‌بیند که شبانه‌روز در حال تصمیم گرفتن برای انجام یک کار یا ترک آن است، حتی کسی که اختیار را در سخن یا بحث انکار می‌کند در عمل از آن بهره می‌برد و آن را اثبات می‌کند و این شعر مولوی درباره‌ی همین موضوع است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. شناخت قوانین جهان خلقت از طریق علومی مانند فیزیک، شیمی، زیست‌شناسی سبب آشنایی ما با نشانه‌های الهی و نیز بهره گرفتن از طبیعت می‌شود.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به ترجمه‌ی آیه: «این [عقوبت]، به خاطر کردار پیشین شماست [و نیز به خاطر آن است که] خداوند هرگز به بندگان ستم نمی‌کند.»، عقوبت آخر (سرنوشت اخروی)، نتیجه‌ی اعمال و کردار انسان در دنیا است و هرکس باید مسئولیت اعمال خود را بپذیرد (مسئولیت‌پذیری از نشانه‌های اختیار در انسان است). بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) اعمال پس از مرگ (ماتاخر) در این آیه مطرح نشده‌اند.

(۲) این آیه در مورد عقوبت (عذاب) اعمال است، نه پاداش آن‌ها.

(۳) در آخرت، انسان فقط وزر و وبال اعمال خود را متحمل می‌شود، نه اعمال دیگران را.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. این عقوبت به خاطر کردار پیشین شماست: «ذلک بما قَدَّمْت «ایدیکم».

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اختیار، که به معنای توانایی بر انجام یک کار و یا ترک آن است، یک حقیقت وجدانی است و هر انسانی آن را در خود می‌یابد و می‌بیند که شبانه‌روز در حال تصمیم گرفتن برای انجام یک کار یا ترک آن است، حتی کسی که اختیار را در سخن یا بحث انکار می‌کند در عمل از آن بهره می‌برد و آن اثبات می‌کند و این شعر مولوی درباره‌ی همین موضوع است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به عبارت اول زمان جمله گذشته می‌باشد و چون many discoveries مفعول می‌باشد باید از فعل مجهول استفاده کرد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به method باید از ضمیر موصولی استفاده کرد که which یا that بهترین گزینه است اما با توجه به مفهوم جمله قبل از آن باید از حرف اضافه by استفاده کرد که تنها قبل از which استفاده می‌شود.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به meteor باید از قید موصولی which استفاده کرد و also بعد از فعل کمکی استفاده می‌شود.

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. سوال Tag به این صورت ساخته می‌شود. فعل کمکی مناسب با جمله که اگر جمله مثبت بود آن را به صورت منفی استفاده می‌کنیم و اگر جمله منفی بود فعل کمکی به صورت مثبت استفاده می‌شود همراه با ضمیر فاعلی جمله مورد نظر فعل کمکی متناسب با جمله امری که با let شروع می‌شود Will می‌باشد و از آنجا که جمله منفی است.

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. News اسم مفرد است و جمله به صورت مجهول می‌باشد.

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به وجود قید منفی hardly، سوال کوتاه آخر جمله باید مثبت باشد و چون فعل let گذشته است. (اگر زمان حال بود با توجه به فاعل سوم شخص مفرد باید S سوم شخص می‌گرفت.) باید از فعل کمکی did استفاده شود.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ترجمه: «محل برگزاری جلسه محیطی دوست داشتنی و گرم داشت و ما در آنجا بسیار راحت بودیم.

(۱) شیوع، رواج، تداول
(۲) خیرخواهی، سخاوت‌مندی
(۳) صلاحیت، کفایت
(۴) محیط، جو

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ترجمه: ما زمان کافی را صرف بررسی در تمام راه‌های مختلف رسیدن به خانه کردیم، قبل از این که تصمیم بگیریم پرواز کنیم.

(۱) نهایتاً، سرانجام
(۲) به زودی
(۳) عمداً، آگاهانه
(۴) منحصرراً، فقط

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در ابتدا جمله فعل به صورت مصدر با to یا ing به کار می‌رود و در نقش فاعل مفرد می‌باشد. بنابراین جمله گزینه‌ی ۱ در دو قسمت اشتباه می‌باشد. فعل بدون to در اول جمله و همچنین فعل are اشتباه می‌باشد.

... + فعل مفرد + ... + فعل + to
... + فعل + ing

علاوه بر این ساختار It به همراه to be قرار است.

... + فعل + to + (اسم شخص یا ضمیر مفعولی + for) + صفت + be + It

۷۰

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

معنی جمله: «باید حداقل بیست واحد اطلاعات داشته باشی تا بتوانی نتایج این مطالعه را تعمیم بدهی».

معنی گزینه‌ها در حالت مصدری:

(۱) کامل کردن (۲) تعمیم دادن (۳) تأکید کردن (۴) مقایسه کردن

۷۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر مجموعه‌ای از متون را در یک موضوع مرتبط بخوانید، متوجه تعداد محدودی از واژگان خواهید شد که بارها تکرار می‌شود.

(۱) تقویت کردن؛ بالا بردن؛ افزایش دادن (۲) پایه‌ریزی کردن، بنا نهادن

(۳) در نظر گرفتن؛ لحاظ کردن (۴) تکرار کردن؛ تکرار شدن

۷۲

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. معنی گزینه‌ها در حالت مصدری:

(۱) شناسایی کردن (۲) تأمین کردن (۳) تأسیس کردن (۴) نشان دادن، منعکس کردن

۷۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. توضیح: در این جا با یک جمله‌ی وصفی روبه‌رو هستیم. ضمیر موصولی "that" در نقش فاعل بوده و به "animals" اشاره دارد.

۷۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معنی گزینه‌ها در حالت مصدری:

(۱) دنبال کردن (۲) ارتباط داشتن (۳) شامل شدن (۴) ترکیب کردن

۷۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معنی گزینه‌ها در حالت مفرد:

(۱) کاربرد، نرم‌افزار (۲) رابطه (۳) توصیه (۴) نسل

۷۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. توضیح: جمله امری است. ضمناً باید به ترکیب "close contact" (به معنی «ارتباط نزدیک») نیز توجه کنید.

«در چند دهه گذشته، فوتبالیست‌های حرفه‌ای شب‌هایشان را به پارتی گرفتن سپری می‌کردند. حال، آن‌ها خیلی بیش‌تر از فوائد خواب شبانه خوب آگاه هستند.»

تغییر از اواسط دهه ۱۹۹۰ شروع شد، وقتی که فروشنده تشک نیک لیتلهیلز با مدیر تیم فوتبال منچستر، آلکس فرگوسن تماس گرفت و سوال کرد آیا او تا کنون به این‌که چگونه خواب به عملکرد در زمین فوتبال اثر می‌گذارد توجه کرده است. فرگوسن علاقه‌مند شد و ترتیب یک سخنرانی توسط لیتلهیلز برای تیمش داد. طولی نکشید همه اعضای تیم تشک و بالش تازه گرفتند و لیتلهیلز مشاور رهبری‌کننده تشک فوتبال شد. در سال ۱۹۹۸، او برای تیم جام‌جهانی انگلستان تشک‌هایی را فراهم کرد و در یورو ۲۰۰۴ او برای هر بازیکن برنامه خواب فردی را خلق کرد.

اندک اندک، مدیران باشگاه‌ها به همین دلیل شروع کردند بیش‌تر به تحقیق علمی در مورد خواب توجه کنند. در سال ۲۰۱۱، متخصص خواب کشف کرد که افزایش دادن ساعات خواب به ۸-۱۰ ساعت در هر شب به طور خیلی زیاد سرعت و دقت شوت بازیکنان بسکتبال را افزایش داد. تحقیق دیگر نشان می‌دهد که تنها یک شب با خواب ناکافی می‌تواند خطر جراحی را افزایش دهد و ۶۴ ساعت خواب بد قدرت، توان و تعادل کاهش می‌دهد و می‌تواند حتی باعث می‌شود بدن ماهیچه‌های خود را بخورد.

ترجمه‌ی جمله: «متن عمدتاً در مورد چه چیز بحث می‌کند؟»

«اهمیت خواب در ورزش حرفه‌ای.»

(۱) تغییر کامل در عادت‌های خواب

(۲) مدیران باشگاه‌ها و تصمیماتشان

(۴) رابطه بین خواب و جراحی و ورزشی

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ترجمه جمله: «براساس متن، آلکس فرگوسن مجذوب ایده لیتلهیلز شده بود.»

(۲) با پارتی گرفتن بازیکن‌ها سرگرم شد.

(۳) در اواسط دهه ۱۹۹۰ تجربه عجیبی داشت.

(۴) از لیتلهیلز خواست برای بازیکن‌هایش برنامه خواب ابداع کند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ترجمه جمله: «کلمه supplied در پاراگراف ۲ از نظر معنی نزدیک تر است به فراهم کردن.»

(۱) دستور دادن (۲) انتخاب کردن (۳) بخشیدن (۴) فراهم کردن

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ترجمه جمله: «کدام‌یک از موارد زیر نقش جمله آخر در پاراگراف ۳ را به بهترین وجه توصیف می‌کند؟»

«آن برای حمایت از آن‌چه که پیش‌تر در پاراگراف بیان شده اطلاعات بیش‌تری را اضافه می‌کند.»

(۱) آن عنوان برای پاراگراف بعدی را معرفی می‌کند.

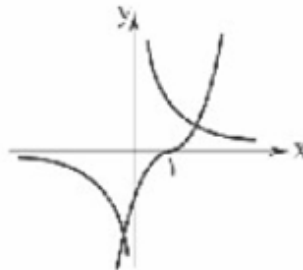
(۲) آن عقیده غلط را که در جمله قبلی توصیف کرده را تصحیح می‌کند.

(۴) آن شرح می‌دهد که بحث ارائه شده در جمله قبلی براساس واقعیت‌ها نیست.

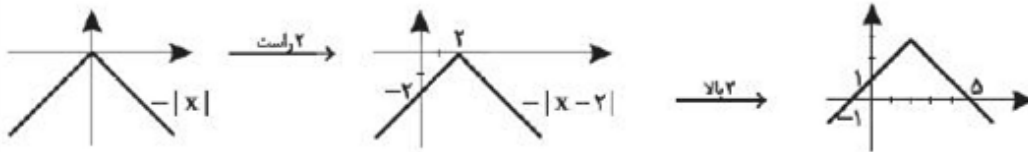
$$x(x^3 - 3x^2 + 3x - 1) = 1 \Rightarrow x(x-1)^3 = 1 \Rightarrow (x-1)^3 = \frac{1}{x}$$

اگر نمودار دو تابع $\begin{cases} y = (x-1)^3 \\ y = \frac{1}{x} \end{cases}$ را رسم کنیم، تعداد نقاط برخورد دو تابع، برابر تعداد ریشه‌های معادله‌ی

مذکور است.



با توجه به شکل بالا، دو تابع در دو نقطه متقاطع‌اند، پس معادله دو ریشه دارد.



$$g(x) = -|x| \Rightarrow g(x-2) + 3 = -|x-2| + 3$$

$$S = \frac{1}{2}(5 - (-1)) \times 3 = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9 \text{ واحد مربع}$$

$$\sqrt{4-x} \xrightarrow[\text{راستای واحد}]{k \text{ واحد در}} \sqrt{4-x+k} \xrightarrow[\text{در جهت افق}]{k-2 \text{ واحد}} \sqrt{4-(x-(k-2))+k}$$

$$\sqrt{-x+k+2+k}$$

وارون خود را در نقطه‌ای به عرض ۱ قطع کند یعنی (۱, ۱) در تابع صدق می‌کند:

$$\sqrt{-1+k+2+k} = 1 \Rightarrow \sqrt{k+1} = 1-k$$

$$1-k \geq 0 \Rightarrow k \leq 1$$

$$k+1 = k^2 - 2k + 1 \Rightarrow k^2 - 3k = 0 \Rightarrow k(k-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k=0 \\ k=3 \end{cases} \Rightarrow k=0$$

$$\sqrt{-x+2-1} = 0 \Rightarrow \sqrt{-x+2} = 1 \Rightarrow -x+2 = 1 \Rightarrow x = 1$$

در جمله اول، سهمی $y = a(x-2)^2 + 3$ و با توجه به نقطه $(-1, -3)$ داریم:

$$-3 = 9a + 3 \Rightarrow a = -\frac{6}{9} = -\frac{2}{3}$$

پس نادرست است.

در جمله دوم سهمی $y = 2x^2 - 8x + c$ و $\alpha - \beta = 2$ در نتیجه داریم:

$$\frac{\sqrt{\Delta}}{|2|} = 2 \Rightarrow \sqrt{64 - 4c} = 4 \Rightarrow 4c = 64 - 16 = 48 \Rightarrow c = 12$$

$$a = \frac{8}{-6} = -\frac{4}{3}$$

در جمله سوم، سهمی $y = a(x+2)(x-3)$ و با توجه به نقطه $(0, 8)$ داریم:

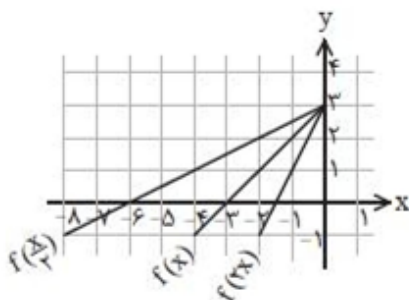
پس درست است.

$$\frac{\sqrt{\Delta}}{|-3|} = 6 \Rightarrow \Delta = 18^2, y_{\max} = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{-(18)^2}{-12} = 27$$

در جمله چهارم داریم:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. این نمودار در کتاب درسی دوازدهم رسم شده است. برای رسم $f(2x)$ باید دامنه را $\frac{1}{2}$

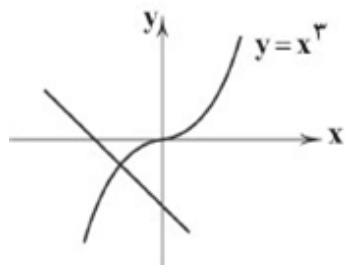
برابر و برای رسم $f\left(\frac{x}{2}\right)$ باید دامنه را ۲ برابر کنیم.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای یافتن تعداد ریشه‌ها معادله را به صورت $x^3 = -x + \frac{m}{m-1}$ مرتب می‌کنیم. طول

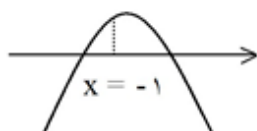
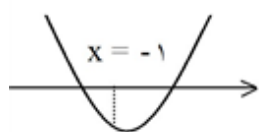
نقاط برخورد دو تابع $\begin{cases} y = x^3 \\ y = -x + \frac{m}{m-1} \end{cases}$ ریشه‌ی معادله‌ی موردنظر است. طبق گفته‌ی مسئله باید طول این نقطه

منفی باشد، پس بایستی عرض از مبدأ خط منفی باشد.



$$\frac{m}{m-1} < 0 \Rightarrow 0 < m < 1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\Rightarrow a \times f(-1) < 0$$

$$\begin{aligned} a &> 0 \\ f(-1) &< 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &< 0 \\ f(-1) &> 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a \times (a(-1)^2 + (a^2 - 3a)(-1) - 3) \Rightarrow a(-a^2 + 3a + a - 3) < 0$$

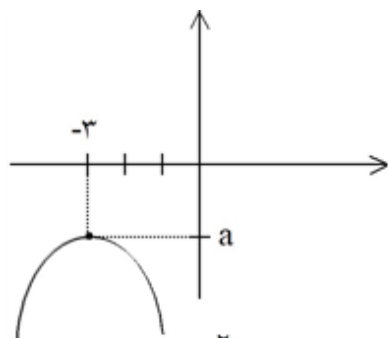
$$\Rightarrow a(-a^2 + 4a - 3) < 0 \xrightarrow{\times (-1)} a(a^2 - 4a + 3) > 0$$

$$\begin{cases} a = 0 \\ a = 1 \\ a = 3 \end{cases}$$

$$\text{مجموعه جواب} = (0, 1) \cup (3, +\infty)$$

a	0	1	3
a	-	+	+
$a^2 - 4a + 3$	+	+	-
P	-	+	-
$P > 0$		ج	ج

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:



(۱) نمودار سهمی $y = a - 5(x + 3)^2$ اولاً رو به پایین است، ثانیاً مختصات رأس آن $S(-3, a)$ می‌باشد. حال اگر $a < 0$ باشد، رأس سهمی در ناحیه‌ی سوم قرار دارد و نمودارش به صورت مقابل است که محور x ها را قطع نمی‌کند. پس این گزینه صحیح است.

(۲) برای آن‌که رأس سهمی $y = 2ax^2 - x(x - 1)$ بالاترین نقطه‌ی سهمی باشد، باید ضریب x^2 منفی باشد. پس داریم:

$$y = 2ax^2 - x(x - 1) \Rightarrow y = 2ax^2 - x^2 + x \Rightarrow y = \underbrace{(2a - 1)}_{\text{ضریب } x^2} x^2 + x$$

$$\Rightarrow 2a - 1 < 0 \Rightarrow a < \frac{1}{2}$$

پس این گزینه صحیح است.

(۳) در سهمی به معادله‌ی $y = ax^2 + bx$ ، طول رأس سهمی برابر $x_s = -\frac{b}{2a}$ است که اگر مقدار a تغییر کند، مخرج کسر $-\frac{b}{2a}$ تغییر کرده و لذا طول رأس سهمی تغییر می‌کند و مختصات رأس سهمی عوض می‌شود. پس این گزینه نادرست بوده و جواب تست است.

(۴) اگر نقاط A و B روی سهمی بوده و دارای عرض یکسان باشد، معادله‌ی محور تقارن سهمی برابر است با:

$$x = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1 + 5}{2} = 3$$

پس این گزینه صحیح است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ به‌ازای $a > 0$ ($a < 0$) دارای مینیمم (ماکزیمم) است که مقدار این مینیمم (ماکزیمم) برابر عرض رأس سهمی است.

نکته: مختصات رأس سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ به‌صورت $\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$ است.

باید عرض رأس سهمی $f(x) = -\frac{1}{40}x^2 + x$ را به‌دست آوریم:

$$x_{\max} = -\frac{1}{-\frac{1}{20}} = 20 \Rightarrow y_{\max} = f(20) = -\frac{400}{40} + 20 = 10$$

بنابراین بیشترین ارتفاعی که توپ از سطح زمین دارد، برابر ۱۰ متر است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون معادله $ax^2 + bx + c = 0$ دو ریشه حقیقی مختلف‌العلامت دارد. پس $b^2 - 4ac > 0$ طول نقطه‌های A و B ریشه‌های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ هستند و چون $OA < OB$ ، پس مجموع ریشه‌های این معادله مثبت است. یعنی $OA + OB = \frac{-b}{a} > 0$.

در نتیجه $\frac{b}{a} < 0$ ، پس علامت $b \cdot a$ فرق دارد. یعنی $ba < 0$ چون معادله یک ریشه مثبت و منفی دارد. پس حاصل ضرب ریشه‌ها منفی است. یعنی $\frac{c}{a} < 0$ و در نتیجه $ac < 0$ چون شاخه‌های سهمی رو به بالا است. پس $a > 0$ و در نتیجه از $ab < 0$ و $ac < 0$ معلوم می‌شود که b ، c منفی‌اند. پس $b + c < 0$. بنابراین ۳ تا از نابرابری‌ها درست است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x^2) = 4x^4 + 4x^2 + 1 = 4(x^2)^2 + 4x^2 + 1$$

$$x^2 = t \Rightarrow f(t) = 4t^2 + 4t + 1 = (2t + 1)^2$$

$$f\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right) = \left(2\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right) + 1\right)^2 = (\sqrt{2} - 2 + 1)^2 = (\sqrt{2} - 1)^2 = 2 + 1 - 2\sqrt{2}$$

$$f\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right) = 3 - 2\sqrt{2}$$

بنابراین:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. از تقسیم $x^3 + px + q$ بر $x^2 - 2ax + a^2$ به باقی‌مانده‌ی $(p + 3a^2)x - 2a^3 + q$ خواهیم رسید. حالا برای این که باقی‌مانده صفر شود، باید داشته باشیم:

$$\begin{cases} p + 3a^2 = 0 \Rightarrow a^2 = -\frac{p}{3} & (1) \\ -2a^3 + q = 0 \Rightarrow a^3 = \frac{q}{2} & (2) \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{a^3}{a^2} = \frac{\frac{q}{2}}{-\frac{p}{3}} \Rightarrow a = -\frac{3q}{2p}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x \xrightarrow{\text{به } \frac{\pi}{4} \text{ طرف } x \text{ های مثبت}}$$

$$\cos 2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = \sin 2x$$

$$\xrightarrow{\text{واحد به طرف } y \text{ های مثبت}} \sin 2x + 1$$

برای پیدا کردن محل برخورد با محور x ها تابع را برابر صفر می‌گذاریم:

$$\sin 2x + 1 = 0 \Rightarrow \sin 2x = -1 \Rightarrow 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{4}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $x = \frac{5\pi}{3}$ ریشه‌ی معادله است، پس با جای‌گذاری در معادله به یک رابطه‌ی صحیح می‌رسیم:

$$2 \sin \frac{10\pi}{3} + a = 0 \Rightarrow a = -2 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \Rightarrow a = \sqrt{3}$$

با جای‌گذاری $a = \sqrt{3}$ معادله را بررسی می‌کنیم:

$$2 \sin 2x + \sqrt{3} = 0 \Rightarrow \sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

اگر $0 < x < \pi$ ، آنگاه $0 < 2x < 2\pi$ ، بنابراین باید زوایایی را بیابیم که به بازه‌ی $(0, 2\pi)$ تعلق دارند و سینوس آنها $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ است:

$$2x = \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{9\pi}{6} = \frac{3\pi}{2}$$

$$(1 + \cos \alpha)(1 + \cos 2\alpha)(1 + \cos 4\alpha) = \frac{\sin^2(4\alpha)}{8 \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{1}{8}$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} \neq 0 \rightarrow \sin^2 4\alpha = \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$4\alpha = k\pi \pm \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \begin{cases} 4\alpha = k\pi + \frac{\alpha}{2} \\ \text{یا} \\ 4\alpha = k\pi - \frac{\alpha}{2} \end{cases}$$

$$\frac{7\alpha}{2} = k\pi \Rightarrow \alpha = \frac{2k\pi}{7}$$

$$\frac{9\alpha}{2} = k\pi \Rightarrow \alpha = \frac{2k\pi}{9}$$

$$\left. \begin{aligned} 0 < \frac{2k\pi}{7} < 2\pi &\Rightarrow 0 < k < 7 \Rightarrow \text{جواب ۶} \\ 0 < \frac{2k\pi}{9} < 2\pi &\Rightarrow 0 < k < 9 \Rightarrow \text{جواب ۸} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{در مجموع ۱۴ جواب دارد.}$$

تذکر: چون $\alpha = 2\pi$, $\alpha = 0$ جواب نمی‌باشند، بازه باز در نظر گرفته شد.

$$(1 + \cos \alpha)(1 + \cos 2\alpha)(1 + \cos 4\alpha) = 2 \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot 2 \cos^2 \alpha \cdot 2 \cos^2 2\alpha \quad \text{توجه:}$$

$$= 8 \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cos^2 \alpha \cdot \cos^2 2\alpha = \frac{8 \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cos^2 \alpha \cdot \cos^2 2\alpha}{\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{\sin^2 4\alpha}{8 \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

$$\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x \quad \text{و} \quad \sin^2 \alpha = \sin^2 \beta \Rightarrow \alpha = k\pi \pm \beta \quad \text{یادآوری:}$$

$$\sin 3x + \sin 2x = 0 \Rightarrow \sin 3x = -\sin 2x \Rightarrow \sin 3x = \sin(-2x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi - 2x \Rightarrow 5x = 2k\pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} \\ 3x = 2k\pi + \pi - (-2x) \Rightarrow x = 2k\pi + \pi \end{cases}$$

$$1 + \cos x \neq 0 \Rightarrow \cos x \neq -1 \Rightarrow x \neq 2k\pi + \pi$$

با توجه به فرض دامنه، $x = \frac{2k\pi}{5}$ صحیح است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در گزینه‌های ۳ و ۴ دوره‌ی تناوب برابر $8\pi = \frac{2\pi}{\frac{1}{4}}$ است. در گزینه‌ی ۱ مقدار ماکزیمم

برابر $5 = |-4| + 1$ است؛ بنابراین تنها گزینه‌ی ۲ می‌تواند صحیح باشد.

یادآوری: در تابع $y = a + b \sin(cx + d)$ یا $y = a + b \cos(cx + d)$ دوره‌ی تناوب برابر $\frac{2\pi}{|c|}$ است و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع برابر $a + |b|$ و $a - |b|$ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $2\cos^2 \alpha = 1 + \cos 2\alpha$ ؛ پس:

$$2\cos^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1 + \cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = 1 + \sin 2x$$

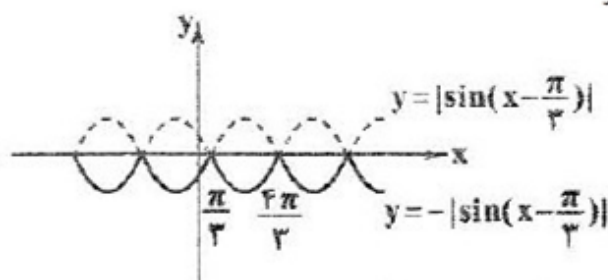
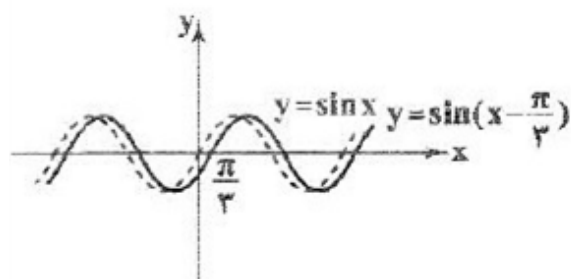
حال معادله را بازنویسی و حل می‌کنیم:

$$\sin 6x + \sin 2x = 1 + \sin 2x \Rightarrow \sin 6x = 1 \Rightarrow 6x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{12} = \frac{(4k+1)\pi}{12}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به انتقال‌های نمودار، تابع موردنظر $y = 1 - \left|\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)\right|$ یا

$y = 1 - \left|\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)\right|$ می‌باشد. با رسم نمودار درمی‌یابیم که نمودار $y = 1 - \left|\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)\right|$ به صورت

زیر است:



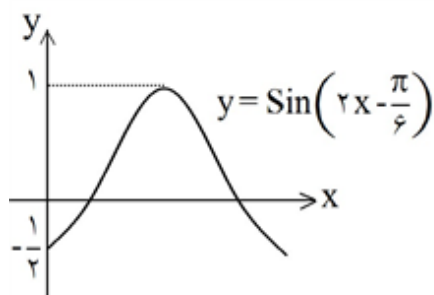
با انتقال نمودار $y = -\left|\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)\right|$ به اندازه‌ی ۱ واحد به بالا، نمودار داده شده به دست می‌آید. پس تابع مربوط

به نمودار، $y = 1 - \left|\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)\right|$ است. توجه کنید که نمودار می‌تواند مربوط به تابع

$y = 1 - \left|\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)\right|$ نیز باشد، زیرا:

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{2} + x - \frac{\pi}{3}\right) = -\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow \left|\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)\right|$$

$$= \left|\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)\right| \Rightarrow 1 - \left|\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)\right| = 1 - \left|\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)\right|$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. $T = \frac{2\pi}{b} = \pi \Rightarrow b = 2$

با توجه به نمودار بالا باید a منفی باشد، بنابراین با توجه به

$$1 - a = \frac{3}{2} \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

ماکزیمم (۱/۵) داریم:

$$a + b = \frac{3}{2}$$

در نتیجه:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$2(1 - \sin^2 x) = 2 + \sqrt{2} \sin x \Rightarrow -2 \sin^2 x = \sqrt{2} \sin x \Rightarrow -2 \sin^2 x - \sqrt{2} \sin x = 0$$

$$\Rightarrow \sin x (-2 \sin x - \sqrt{2}) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} x = 0, \pi, 2\pi \\ \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi - \frac{\pi}{4} \xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} x = \frac{5\pi}{4} \\ x = 2k\pi + \pi + \frac{\pi}{4} \xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} x = \frac{9\pi}{4} \end{cases} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع جواب ها} = 0 + \pi + 2\pi + \frac{5\pi}{4} + \frac{9\pi}{4} = 6\pi$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$2 \sin^2 x + \sin 2x = 2 \Rightarrow 1 - \cos 2x + \sin 2x = 2 \Rightarrow \sin 2x - \cos 2x = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Rightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \\ 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\tan x + \frac{\tan x + 1}{1 - \tan x} = -2 \Rightarrow \tan x - \tan^2 x + \tan x + 1 = -2 + 2 \tan x$$

$$\Rightarrow \tan^2 x = 3 \Rightarrow \tan x = \pm \sqrt{3} = \tan\left(\pm \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$2(\cos 2x \cos x + \sin 2x \sin x) + 2(\cos 2x \sin x + \sin 2x \cos x) = 1 + 2\sin 3x$$

$$2\cos(2x - x) + 2\sin(2x + x) = 1 + 2\sin 3x \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ضابطه‌ی تابع را تشکیل می‌دهیم:

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\frac{2}{x} + 1}{\frac{1}{x} - 1} \times \frac{x}{x} = \frac{2+x}{1-x}$$

$$\Rightarrow f\left(f\left(\frac{1}{x}\right)\right) = \frac{\frac{2+2x}{1-x} + 1}{\frac{2+x}{1-x} - 1} \times \frac{1-x}{1-x} = \frac{(2+2x) + (1-x)}{(2+x) - (1-x)} = \frac{x+5}{2x+1}$$

در این تابع $x = -\frac{1}{2}$ و $y = \frac{1}{2}$ مجانب‌های قائم و افقی‌اند. این دو، یکدیگر را در $A\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ قطع می‌کنند و فاصله‌ی آن‌ها تا مبدأ برابر است با:

$$\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^n - 6x^2 + 1}{ax^3 + 7x^2 - 2} = 2 \Rightarrow n = 3, a = 2$$

 $x \rightarrow \infty$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^3 - 6x^2 + 1}{2x^3 + 7x^2 - 2} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{12x^2 - 12x}{6x^2 + 14x} = \frac{3-6}{\frac{3}{2}+7} = \frac{-3}{\frac{17}{2}} = \frac{-6}{17}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{-4[x] - a^2}{-(2x^2 - x - 3)} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{-4[x] - a^2}{-(x+1)(2x-3)} = -\infty \Rightarrow \frac{-4(-2) - a^2}{-(0)(-5)} = -\infty$$

$$\Rightarrow \frac{8 - a^2}{-} = -\infty \Rightarrow 8 - a^2 > 0 \Rightarrow a^2 < 8 \Rightarrow -\sqrt{8} < a < \sqrt{8} \xrightarrow{a \in \mathbb{Z}} a \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

پس به‌ازای پنج مقدار صحیح، حاصل حد، $-\infty$ می‌شود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تابع با ضابطه $f(x) = \frac{2^x - 2^{-x}}{2^x + 2^{-x}}$ به صورت $f(x) = \frac{2^x - 1}{2^x + 1}$ خلاصه می‌شود. با

در نظر گرفتن $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2^x = 0$ خواهیم داشت $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۰۹

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{\frac{x^3 + x^2}{x - 2}} + x \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-x \sqrt{\frac{x+1}{x-2}} + x \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x \left(1 - \sqrt{\frac{x+1}{x-2}} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(1 - \frac{x+1}{x-2} \right)}{1 + \sqrt{\frac{x+1}{x-2}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\left(\frac{-3x}{x-2} \right)}{2} = -\frac{3}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۱۰

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1 - (x+2)(ax+b)}{x+2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1-a)x^2 - (3+2a+b)x - 2b+1}{x+2}$$

برای آن‌که حاصل حد، صفر شود باید درجه‌ی صورت از مخرج کم‌تر باشد.

$$\begin{cases} 1-a=0 \\ 3+2a+b=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-5 \end{cases} \Rightarrow a+b=-4$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۱۱

$$A - I = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 3 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(A - I)^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 3 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 3 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 4 \\ 3 & -4 & 9 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$(A - I)^3 = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 4 \\ 3 & -4 & 9 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 2 & 4 \\ 3 & -4 & 9 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \\ -9 & 6 & 13 \end{bmatrix}$$

$$10 = 13 + 6 - 9 = \text{مجموع درایه‌های سطر سوم}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از طرفین رابطه ماتریسی داده شده دترمینان می‌گیریم: ۱۱۲

$$\begin{aligned} |2A| &= |A|^2 + 4 \Rightarrow 2^2 |A| = |A|^2 + 4 \Rightarrow |A|^2 - 4|A| + 4 = 0 \\ \Rightarrow (|A| - 2)^2 &= 0 \Rightarrow |A| = 2 \Rightarrow |-3A| = (-3)^2 |A| = 9 \times 2 = 18 \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $A \times B$ قطری است یعنی درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی $A \times B$ باید صفر باشند، پس:

$$AB = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x \\ y & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+4y & 4x+8 \\ 3-y & 3x-2 \end{bmatrix}$$

$4x+8$ و $3-y$ باید برابر صفر باشند، بنابراین:

$$\begin{cases} 4x+8=0 \Rightarrow x=-2 \\ 3-y=0 \Rightarrow y=3 \end{cases}$$

برای یافتن درایه واقع در سطر دوم و ستون اول BA ، کافی است سطر دوم B را در ستون اول A ضرب کنیم، پس:

$$BA = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 \\ 18 \end{bmatrix}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا ماتریس A^2 را به دست می‌آوریم.

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 4 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -3 \end{bmatrix}$$

حال فقط درایه‌های سطر اول A^4 را پیدا می‌کنیم.

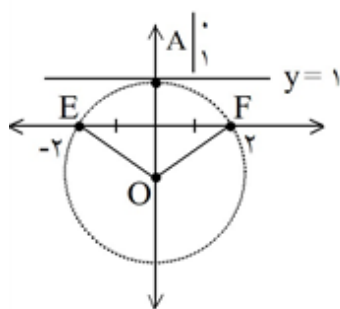
$$A^4 = A^2 \times A^2 = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 4 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -4 & 4 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \end{bmatrix}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

دو دایره به مرکز و شعاع $R=2$ و $O(2,0)$ و $R'=1$ و $O'(-1,1)$ داریم. فاصله خط $O \in 4x-3y+2=0$ و O' برابر R و R' است، پس مماس مشترک دو دایره است.

$$\frac{|4(-1) - 3(1) + 2|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 1, \quad \frac{|4(2) - 0 + 2|}{5} = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. به روش رسم شکل داریم:



$$O \in y'y \Rightarrow O \Big|_{\beta} \text{ و } |OA| = |OE|$$

$$\Rightarrow |OA|^2 = |OE|^2 \Rightarrow (0-0)^2 + (1-\beta)^2 = (0+2)^2 + (\beta-0)^2$$

$$\Rightarrow 1 - 2\beta + \beta^2 = 4 + \beta^2 \Rightarrow 2\beta = -3 \Rightarrow \beta = -\frac{3}{2}$$

$$O \Big|_{-\frac{3}{2}} \text{ و } A \Big|_1 \Rightarrow |OA| = R \Rightarrow R = \sqrt{0 + \left(1 + \frac{3}{2}\right)^2} = \left|1 + \frac{3}{2}\right| = \frac{5}{2}$$

نکته: دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ برابر است با: $ad - bc$

طبق فرض $A = A^{-1}$ ، پس:

$$A^T = AA^{-1} = I \Rightarrow \begin{bmatrix} m & 1 \\ -1 & -m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m & 1 \\ -1 & -m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} m^2 - 1 & m - m \\ m - m & m^2 - 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow m^2 - 1 = 1 \Rightarrow m^2 = 2$$

$$|A| = -m^2 + 1 = -2 + 1 = -1 \quad \text{بنابراین:}$$

نکته: ماتریس اسکالر، یک ماتریس قطری است که تمام درایه‌های روی قطر اصلی آن با هم برابر است.
نکته: برای جمع کردن دو ماتریس هم‌مرتبه، باید درایه‌های متناظر را در دو ماتریس نظیر به نظیر با هم جمع کنیم.
ابتدا $A + B$ را به دست می‌آوریم:

$$A + B = \begin{bmatrix} a - 2 & 2b + b - 2 \\ 2c - c + 4 & 1 + 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a - 2 & 3b - 2 \\ c + 4 & 4 \end{bmatrix}$$

طبق فرض این ماتریس، ماتریسی اسکالر است. پس:

$$3b - 2 = 0 \Rightarrow b = \frac{1}{3}$$

$$c + 4 = 0 \Rightarrow c = -4$$

$$a - 2 = 4 \Rightarrow a = 6$$

$$a + 2b - c = 6 + 2 \times \frac{1}{3} - (-4) = 6 + 1 + 4 = 11$$

بنابراین:

نکته: اگر A ماتریسی مربعی باشد، توان‌های A را به صورت

$$A^n = a^{n-1} \times A \text{ و } \dots A^3 = A^2 \times A, A^2 = A \times A$$

نکته: اگر ماتریس‌های A و B تعویض‌پذیر باشند $(AB = BA)$ ، آنگاه همه‌ی اتحادهای جبری برای آن‌ها برقرار است.

نکته: ماتریس همانی I با هر ماتریسی تعویض‌پذیر است. $(AI = IA)$

ابتدا ماتریس A^2 را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} A^2 &= \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cos^3 \alpha + \sin^3 \alpha \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos^3 \alpha + \sin^3 \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \sin^4 \alpha \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) & \sin \alpha \cos \alpha (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) \\ \sin \alpha \cos \alpha (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) & \sin^2 \alpha (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \end{bmatrix} \end{aligned}$$

بنابراین $A^2 = A$ اکنون داریم:

$$(I - A)^2 = I^2 + A^2 - 2A = I + A - 2A = I - A \Rightarrow (I - A)^3 = (I - A)^2 = I - A$$

$$\Rightarrow (I - A)^4 = (I - A)^3 = I - A$$

$$\Rightarrow \dots \Rightarrow (I - A)^{100} = I - A$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دو دایره در صورتی سه مماس مشترک دارند که مماس بر هم باشند.

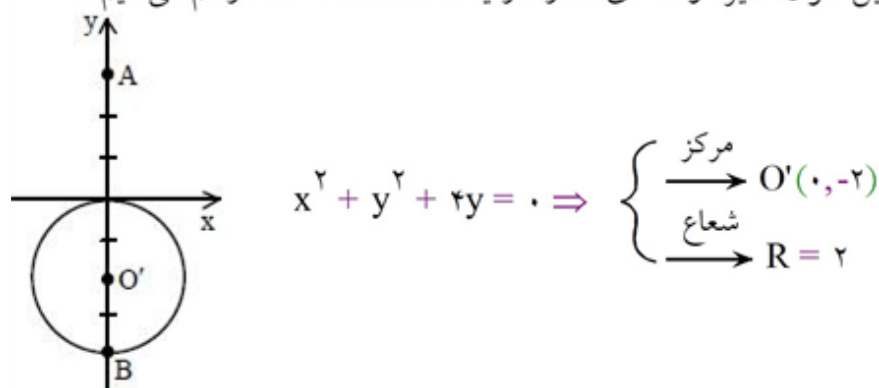
$$O_1 = (1, 0), R_1 = \frac{\sqrt{4 + 16}}{2} = \sqrt{5}$$

$$O_2 = (3, -4), R_2 = \frac{\sqrt{36 + 64 + 4m}}{2} = \sqrt{25 + m}$$

$$O_1 O_2 = \sqrt{4 + 16} = 2\sqrt{5}$$

$$\text{شرط مماس بودن در دایره} \Rightarrow O_1 O_2 = R_1 + R_2 \Rightarrow 2\sqrt{5} = \sqrt{5} + \sqrt{25 + m} \Rightarrow m = -20$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای حل این سؤال، دایره و نقطه‌ی A را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم.



حال با توجه به شکل، AB زمانی ماکزیمم است که B(0, -4) باشد، پس جمع مختصات آن برابر -۴ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x = -b - c \text{ و } y = -a - c, z = -a - b$$

اگر در نظر بگیریم:

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & y & y^2 \\ 1 & z & z^2 \end{vmatrix}$$

که مطابق دترمینان و اندرموند مقدار آن برابر است با: $(y - x)(z - x)(z - y)$

بنابراین خواهیم داشت:

$$(-(b + c) + (a + c))(-(a + c) + (a + b))(-(a + b) + (b + c)) = (a - b)(b - c)(c - a)$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x^2 + y^2 - 12x - 4y - 129 = 0 \Rightarrow (x - 6)^2 + (y - 2)^2 = 13^2$$

$$OH = \frac{|6 - 3(2) - 5\sqrt{10}|}{\sqrt{1+9}} = \frac{5\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = 5, r = 13$$

$$AH^2 = OA^2 - OH^2 = 13^2 - 5^2 = 144 \Rightarrow AH = 12$$

$$AB = 2AH = 24$$

$$(A^{-1})^{-1} = A \Rightarrow \frac{1}{3-2} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = A$$

$$\Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & -8 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T - 2A = \begin{bmatrix} 11 & -8 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} x^2 = y^2 + 2 & (1) \\ 2x^2 + 2(y-1)^2 = 5 & (2) \end{cases} \xrightarrow{(1)} 2(y^2 + 2) + 2(y^2 - 2y + 1) = 5$$

$$\Rightarrow 2y^2 + 4 + 2y^2 - 4y + 2 = 5 \Rightarrow 4y^2 - 4y + 1 = 0 \Rightarrow (2y-1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2} \text{ (ریشه مضاعف)} \xrightarrow{(1)} x^2 = \frac{1}{4} + 2 = \frac{9}{4} \Rightarrow x = \pm \frac{3}{2}$$

چون ریشه‌ی مضاعف به دست آمده یعنی دو منحنی بر هم مماس هستند.

$$\frac{|2b - 2\sqrt{5}|}{\sqrt{5}} = \frac{|4b - \sqrt{5}|}{\sqrt{5}} \Rightarrow \begin{cases} 2b - 2\sqrt{5} = 4b - \sqrt{5} \\ 2b - 2\sqrt{5} = -4b + \sqrt{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2b = -\sqrt{5} \Rightarrow M(\sqrt{5}, -\sqrt{5}) \Rightarrow R = \frac{|\sqrt{5} + 2\sqrt{5}|}{\sqrt{5}} = 3 \\ 6b = 3\sqrt{5} \Rightarrow 2b = \sqrt{5} \Rightarrow M(\sqrt{5}, \sqrt{5}) \Rightarrow R = \frac{|\sqrt{5} - 2\sqrt{5}|}{\sqrt{5}} = 1 \end{cases}$$

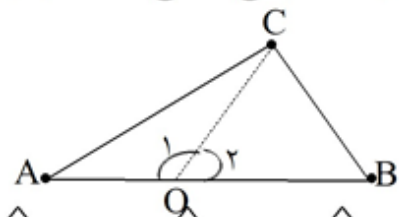
$$\triangle OAC: AC^2 = \frac{1}{9} + QC^2 - \frac{2}{3} \times OC \times \cos \hat{O}_1$$

$$\triangle OBC: BC^2 = \frac{4}{9} + OC^2 - \frac{4}{3} \times OC \times \cos \hat{O}_2$$

و $\cos \hat{O}_1 = -\cos \hat{O}_2$ زیرا $\hat{O}_1$ و $\hat{O}_2$ مکمل هم هستند:

$$\Rightarrow 2AC^2 + BC^2 = \frac{6}{9} + 2OC^2 \Rightarrow 9 = \frac{2}{3} + 2OC^2 \Rightarrow OC^2 = \frac{25}{9}, OC = \frac{5}{3}$$

در نتیجه مکان هندسی مورد نظر دایره‌ای به مرکز O با شعاع $\frac{5}{3}$ می‌باشد.



$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2 \xrightarrow{\alpha=\beta} (6 - \alpha)^2 + (3 - \alpha)^2 = R^2$$

$$R = \frac{|2\alpha - \alpha|}{\sqrt{4 + 1}} \rightarrow R = \frac{\alpha}{\sqrt{5}} \rightarrow \text{فاصله مرکز از خط برابر شعاع است.}$$

$$(6 - \alpha)^2 + (3 - \alpha)^2 = \frac{\alpha^2}{5} \rightarrow \frac{9}{5}\alpha^2 - 18\alpha + 45 = 0 \rightarrow \alpha = 5 \rightarrow R = \sqrt{5}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا ماتریس A^2 سپس A^3 را تشکیل می‌دهیم تا به یک نظم کلی برای توان n برسیم:

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 10 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A^3 = \begin{bmatrix} 1 & 6 & ? \\ 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 8 & ? \\ 0 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^n = \begin{bmatrix} 1 & 2n & ? \\ 0 & 1 & 2n \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

در نتیجه سطر دوم ماتریس A^{13} برابر است با: $[0 \quad 1 \quad 2(13)]$ که مجموع درایه‌های آن برابر ۲۷ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ستون‌های اول و دوم را به ستون سوم اضافه می‌کنیم و از عبارت $x^2 + x$ فاکتور می‌گیریم، سپس سطر اول را از سطرهای دوم و سوم کم می‌کنیم. داریم:

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 + x \\ x-1 & 1 & x^2 + x \\ 1 & x-1 & x^2 + x \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (x^2 + x) \begin{vmatrix} 1 & x & 1 \\ x-1 & 1 & 1 \\ 1 & x-1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \xrightarrow{\text{سطر اول را از سطر سوم کم می‌کنیم.}}$$

$$\Rightarrow (x^2 + x) \begin{vmatrix} 1 & x & 1 \\ x-2 & 1-x & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 0 \xrightarrow{\text{بسط نسبت به ستون سوم}} (x^2 + x)(-x + 2) = 0$$

$$\Rightarrow x(x+1)(-x+2) = 0 \Rightarrow x = 0, -1, 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۳۱

$$\begin{cases} a = 131q + r = 131q + 2q^2 + 3, & 0 \leq r < 131 \\ 0 < 2q^2 + 3 < 131 \Rightarrow q < 8 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{q=7} a = 131 \times 7 + 2 \times 7^2 + 3 = 1018 \Rightarrow 1 + 1 + 8 = 10$$

$$18x + 10y = 170 \xrightarrow{\div 2} 9x + 5y = 85 \xrightarrow{\text{پیمانه ۵}} 9x + 5y = 85 \xrightarrow{-x} -x = 0 \Rightarrow x = 5k$$

جاگذاری x

$$\rightarrow 9(5k) + 5y = 85 \Rightarrow y = -9k + 17$$

$$\begin{cases} -20 < x < 20 \Rightarrow -20 < 5k < 20 \Rightarrow -4 < k < 4 \quad (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -20 < y < 20 \Rightarrow -20 < 17 - 9k < 20 \Rightarrow -\frac{1}{3} < k < \frac{37}{9} \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) \cap (2) \Rightarrow -\frac{1}{3} < k < 4 \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = \begin{cases} 1 \\ 2 \\ 3 \end{cases} \quad \text{تا ۴}$$

$$5^2 \equiv 13 \pmod{13} \Rightarrow 5^{1398} \equiv (-1) \pmod{13} \xrightarrow{699} 5^{1399} \equiv -5 \equiv 8 \pmod{13}$$

بنابر قضیه فرما داریم:

$$7^{12} \equiv 1 \pmod{13} \Rightarrow 7^{4032} \equiv 1 \pmod{13} \Rightarrow 8 \equiv 3 + k$$

پس کوچکترین مقدار طبیعی k، ۵ است.

$$\text{توجه: } \begin{cases} p \text{ عدد اول} \rightarrow a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p} \\ (a, p) = 1 \end{cases} \text{ : قضیه فرما}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم هر گراف، فقط یک مکمل دارد. از طرفی مکمل ۷ منتظم مرتبه‌ی ۱۰، ۲ منتظم مرتبه‌ی ۱۰ می‌باشد:

$$d_i + d'_i = p - 1 \Rightarrow 7 + d'_i = 9 \Rightarrow d'_i = 2$$

توجه: ۲ منتظم‌ها از n ضلعی ساخته می‌شود.

پس کافی است تعداد ۲ منتظم مرتبه‌ی ۱۰ را بشماریم:

$$\frac{10}{3} \text{ ضلعی}, \frac{7}{4}, \frac{6}{5}, \frac{5}{3}, 3, 4 \quad (\text{نوع ۵})$$

$$a = 21b + 37, b > 37, a < 999 \Rightarrow 21b + 37 < 999$$

در نتیجه $37 < b < 46$ چون رقم یکان a صفر یا ۵ می‌باشد الزاماً رقم یکان b، ۳ یا ۸ می‌باشد پس $b = 38, 43$ تعداد جواب‌ها ۲ عضو است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با تجزیه عبارت معادله هم‌نهشتی داریم:

$$x(x-1)(x+1) \equiv 6 \pmod{6}$$

حاصل ضرب هر سه عدد متوالی بر ۶ بخش پذیر است، پس x تمام مقادیر دورقمی را می‌تواند بگیرد.

نکته: تعداد اعضای از مجموعه‌ی $\{m+1, m+2, \dots, n\}$ که مضرب k هستند، برابر است با:

$$\left\lfloor \frac{n}{k} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{m}{k} \right\rfloor$$

نکته: معادله‌ی سیاله‌ی $ax + by = c$ در Z دارای جواب است، اگر و تنها اگر $(a, b) \mid c$

با توجه به نکته‌ی بالا، باید داشته باشیم: $(18, a) \mid 3$

بنابراین a باید نه مضرب ۲ باشد و نه مضرب ۹. حال تعداد اعضای از مجموعه‌ی $\{1, 2, \dots, 100\}$ را که نه

مضرب ۲ هستند و نه مضرب ۹، به دست می‌آوریم:

A: مضرب ۲ باشد. B: مضرب ۹ باشد.

مضرب ۹ نباشد مضرب ۲ نباشد

$$n(A' \cap B') = n((A \cup B)') = 100 - n(A \cup B) = 100 - (n(A) + n(B) - n(A \cap B))$$

$$= 100 - \left(\left\lfloor \frac{100}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{100}{9} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{100}{18} \right\rfloor \right) = 100 - (50 + 11 - 5) = 44$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. نکته: مجموع درجات رئوس یک گراف ساده برابر است با: $2q$

$$\sum_{i=1}^n \deg(V_i) = 2q$$

در هر گراف ساده داریم:

اگر مقدار رأس‌ها با درجه‌ی ۱ را x فرض کنیم داریم:

$$\Rightarrow 2 \times 5 + 3 \times 4 + x \times 1 = 2q \Rightarrow x = 2q - 28 = 2k$$

لذا x باید عدد زوجی باشد که تنها گزینه‌ی قابل قبول گزینه‌ی ۲ می‌باشد.

روش دوم: تعداد رئوس فرد هر گراف، همواره عددی زوج است. در این گراف ۲ رأس از درجه‌ی ۵ و x رأس از

درجه‌ی ۱ داریم. پس هم باید عددی زوج باشد تا در مجموع، تعداد رئوس فرد عددی زوج شود.

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$a^3 \mid b^4 \Rightarrow a^3 \mid b^9 \Rightarrow a \mid b^3 \Rightarrow a^2 \mid b^6 \Rightarrow a^3 \mid b^7$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$(13n-3, 5n+4) = d : \begin{matrix} d \mid 13n-3 \\ d \mid 5n+4 \end{matrix} \xrightarrow[\times(-13)]{\times 5} d \mid -67 : d = \begin{cases} 1 \\ 67 \end{cases}$$

$$d = 67 : 67 \mid 5n+4 : 5n+4 \equiv 67 \pmod{67} \xrightarrow{\times 13} 5n \equiv -4 \pmod{67}$$

$$5n \equiv -4 \pmod{67} \xrightarrow{\div(-2)} n \equiv 26 \pmod{67} \xrightarrow{20n \text{ رقمی}} n = 26, 93$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بین لحظه $t = 5$ تا $t = 9$:

$$\Delta x = v \Delta t = 12/5 \times (9 - 5) = 50 \text{ m}$$

$$x_9 - x_5 = 46 - 6 = 40 \text{ m}$$

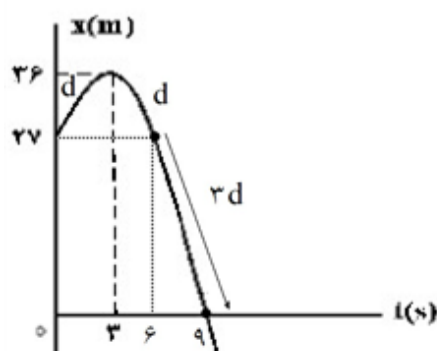
نتیجه می‌گیریم از $x = 6$ ، 50 m عقب رفته، تغییر جهت داده و 45 m جلو آمده و به $x = 46 \text{ m}$ رسیده پس تندی آن‌که در $x = 6$ برابر $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ بوده ظرف 50 m عقب رفتن به صفر رسیده از این‌جا می‌توان شتاب حرکت را محاسبه کرد:

$$V_2^2 - V_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow (-10)^2 - (10)^2 = 2a \times (-50) \Rightarrow a = +10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

در $t = 5 \text{ s}$ سرعت برابر $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ بوده می‌توان نوشت:

$$V = at + V_1 \Rightarrow V_5 = a \times 5 + V_1 \Rightarrow -10 = 10 \times 5 + V_1 \Rightarrow V_1 = -60 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$d = 9 \text{ m}$$

$$d + d + 3d = 5d = 45 \text{ m}$$

وقتی تا ۹ ثانیه ۴۵ متر رفته پس گزینه‌های ۱ و ۲ حذف و گزینه‌ی ۴ هم طبیعتاً نادرست است. (بعید است در ۱ s بعد، ۴۰ متر برود)

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

گام اول: در حالت اول که شخص به قطار می‌رسد، جابه‌جایی شخص نسبت به قطار برابر 20 m می‌باشد و داریم:

$$\Delta x_{\text{نسبی}} = v_{\text{نسبی}} \Delta t \Rightarrow 20 = v_{\text{نسبی}} (15) \Rightarrow v_{\text{نسبی}} = \frac{4}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گام دوم: برای این‌که شخص موردنظر از قطار جلو بزند، باید علاوه بر جبران فاصله‌ی ۲۰ متری، طول قطار را نیز طی کند. بنابراین شخص باید نسبت به قطار 140 m را طی کند و داریم:

$$\Delta x_{\text{نسبی}} = v_{\text{نسبی}} \Delta t \Rightarrow 140 = \frac{4}{3} (\Delta t) \Rightarrow \Delta t = 105 \text{ s}$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. جابه‌جایی و سرعت را پس از ۲۰ ثانیه حساب می‌کنیم.

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 20^2 \right) \text{m} = 400 \text{m}$$

$$t = 20 \text{s} \text{ سرعت در لحظه‌ی } V_1 = a_1 t_1 = (2 \times 20) \frac{\text{m}}{\text{s}} = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

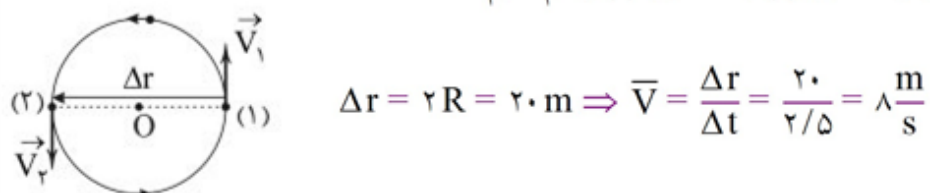
شتاب کاهش سرعت در مرحله‌ی دوم $-\frac{4}{\text{s}}$ است. پس:

$$a_2 = \frac{\Delta V}{\Delta t} \Rightarrow -4 = \frac{V_2 - V_1}{\Delta t_2} \Rightarrow -4 = \frac{0 - 40}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = 10 \text{s}$$

$$\Delta x_2 = \bar{V}_2 \cdot \Delta t_2 = \frac{0 + 40}{2} \times 10 = 200 \Rightarrow \Delta x_2 = 200 \text{m}$$

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 400 + 200 = 600 \Rightarrow \Delta x = 600 \text{m}$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. وقتی متحرک $2/5 \text{s}$ حرکت می‌کند، نیم‌دور زده است. برای محاسبه‌ی طول بردار جابه‌جایی یا Δr کافی است برداری از نقطه‌ی (۱) به نقطه‌ی (۲) رسم کنیم:



می‌دانیم که بردار سرعت مماس بر مسیر حرکت است. شکل نشان می‌دهد که بردارهای $\vec{V}_1$ و $\vec{V}_2$ در خلاف جهت یک‌دیگرند:

$$\Delta \vec{V} = \vec{V}_2 - \vec{V}_1 \Rightarrow \Delta V = V_1 + V_2 = 12 + 12 = 24 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \bar{a} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{24}{2/5} = 60 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در بازه‌ی زمانی $t = ۱۱$ تا $t = ۱۶$ شتاب برابر است با: $a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{۰ - ۱۰}{۵} = -۲ \frac{m}{s}$

$$V = at' + V_i \Rightarrow V_t = -2(t - 11) + 10 = -2t + 22 + 10 = -2t + 32$$

چون $x_A = x_B$ و دو متحرک A و B وقتی به هم می‌رسند که در آن لحظه $x_A = x_B$ باشد، بنابراین می‌توان گفت دو متحرک وقتی به هم می‌رسند که $\Delta x_A = \Delta x_B$ باشد.

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow S_A = S_B \Rightarrow \frac{2+12}{2} \times 5 + (t-5) \times 12 = 11 \times 10 + \frac{(10 + (-2t + 32))(t - 11)}{2}$$

$$\Rightarrow 35 + 12t - 60 = 110 + 32t - t^2 - 231 \Rightarrow t^2 - 20t + 96 = 0 \Rightarrow t = 12s \quad (8s \text{ مورد قبول نیست})$$

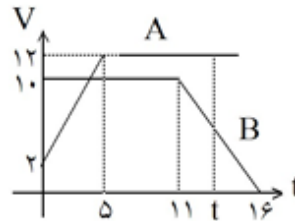
راه حل تستی: اگر بنا بر فرض بعد از t ثانیه به یک‌دیگر برسند و حرکت متحرک B فقط با سرعت ثابت باشد.

$$S_A = S_B$$

$$\left(\frac{2+12}{2}\right)5 + (t-5)12 = 10t$$

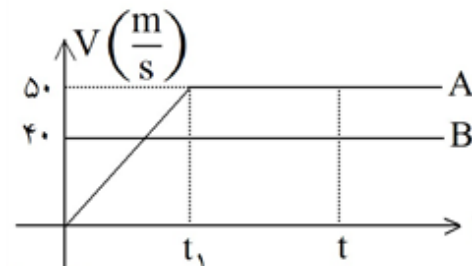
$$35 + 12t - 60 = 10t$$

$$2t = 25 \rightarrow t = 12.5$$



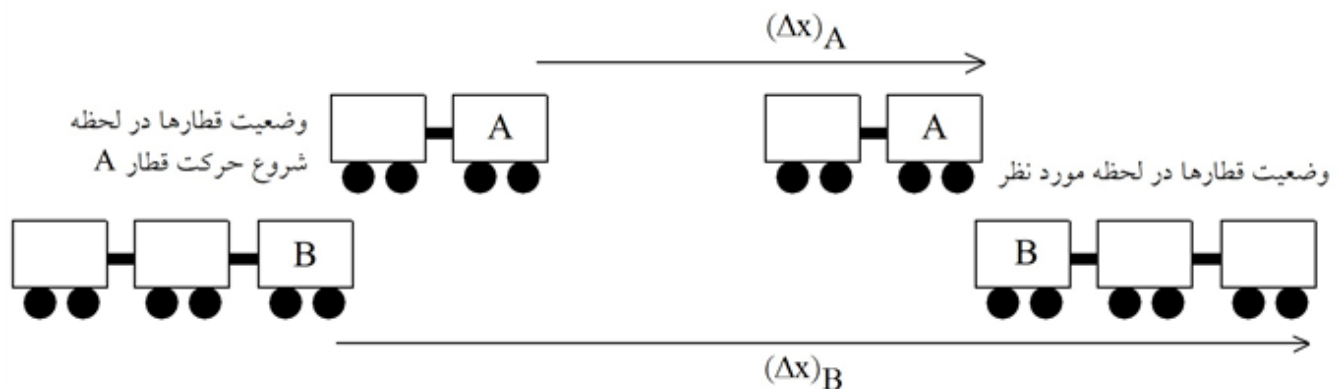
چون در لحظه‌ی $t = ۱۱$ ثانیه حرکت کندشونده‌ی B آغاز شده است یعنی سرعت کم‌شده و B جلوتر است، بنابراین جواب از $12/5$ کم‌تر و از ۱۱ بیش‌تر یعنی $t = ۱۲$ ثانیه است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به موقعیت قطارها در لحظه‌ی شروع حرکت قطار A، وقتی قطار A سبقت گرفته و از کنار آن کاملاً عبور می‌کند، که جابه‌جایی B به اندازه‌ی $(225 + 200)$ متر از جابه‌جایی A بیش‌تر باشد.

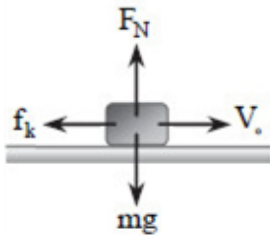


$$V_B = a_B t + V_i \Rightarrow 50 = 2t_1 + 0 \Rightarrow t_1 = 25(s)$$

$$S_B - S_A = 200 + 225 \Rightarrow (t + t - 25) \times \frac{50}{2} - 40t = 425 \Rightarrow t = 10.5(s)$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. توجه شود که شتاب جسم در این حرکت به جرم آن بستگی ندارد.



$$f_k = \mu_k \cdot F_N = \mu_k mg$$

$$F_{net} = f_k = ma \Rightarrow a = \mu_k g$$

$$\frac{a_A}{a_B} = \frac{\mu_{kA}}{\mu_{kB}} = 2$$

$$V_0^2 - V_f^2 = 2a\Delta x \Rightarrow \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{a_B}{a_A} = \frac{1}{2}$$

برای جابه‌جایی داریم:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

در ابتدا اتومبیل با سرعت ثابت در حال حرکت است. این سرعت به عنوان سرعت اولیه مرحله ترمز است:

$$\Delta x_1 = v_0 \Delta t \rightarrow 12 = 0.4 v_0 \rightarrow v_0 = 30 \frac{m}{s}$$

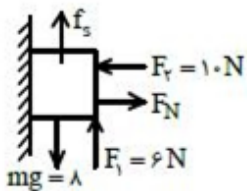
در هنگام ترمز، تنها نیروی وارد بر اتومبیل در راستای حرکت، نیروی اصطکاک جنبشی است:

$$F_{net} = ma \rightarrow -f_k = ma \rightarrow a = -\mu_k g \quad (I)$$

به کمک رابطه مستقل از زمان و توجه به رابطه (I)، داریم:

$$\Delta x_2 = \frac{v_0^2}{2\mu_k g} \rightarrow \Delta x_2 = \frac{30^2}{2 \times 0.6 \times 10} = 75m$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



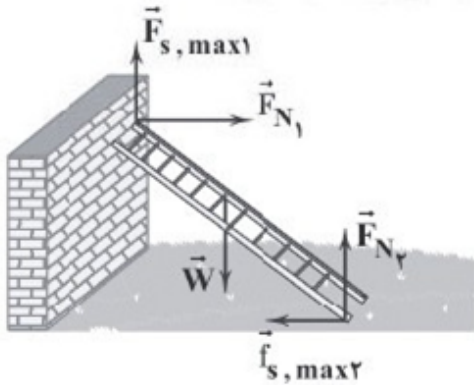
$$F_N = F_1 = 10$$

$$F_{smax} = \mu_s \times F_N = 0.5 \times 10 = 5N$$

جسم تمایل به حرکت به سمت پایین داشته و نیروی عامل حرکت، تفاضل وزن و F_1 یعنی $2N$ است که از f_{smax} کم‌تر است، پس وزنه در حال تعادل بوده و اصطکاک ایستایی است و جهت نیروی اصطکاک رو به بالا است.

$$f_s = 8 - 6 = 2N$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. پایه‌ی نردبان در آستانه‌ی سر خوردن به سمت راست شکل است، پس نیروی $f_{s, \max 2}$ به سمت چپ شکل می‌باشد و سر نردبان در آستانه‌ی سر خوردن به سمت پایین است، در نتیجه نیروی $f_{s, \max 1}$ به سمت بالای شکل می‌باشد. در آستانه‌ی سر خوردن، نردبان ساکن و در حال تعادل است، بنابراین نیروی خالص در راستاهای افقی و قائم صفر است:



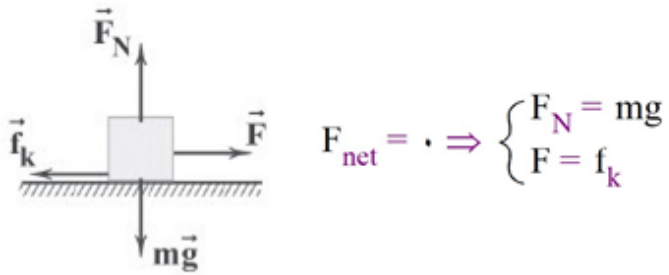
$$f_{s, \max 2} = F_{N1} \Rightarrow \mu_{S2} \times F_{N2} = F_{N1} \Rightarrow F_{N1} = 0.5 F_{N2} \quad (I)$$

$$F_{N2} + f_{s, \max 1} = W \Rightarrow F_{N2} + \mu_{S1} \times F_{N1} = 70 \\ \Rightarrow F_{N2} + 0.8 F_{N1} = 70 \quad (II)$$

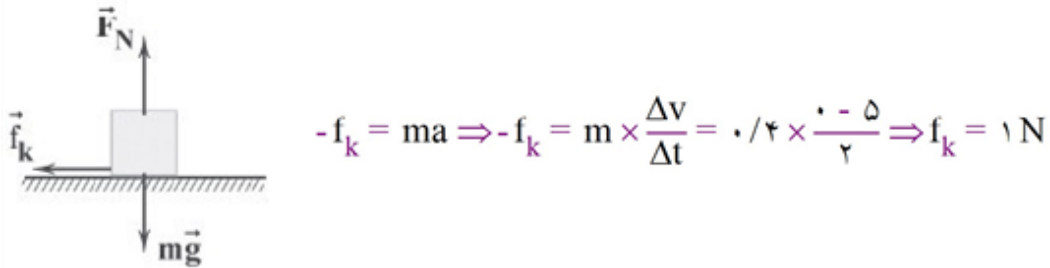
از I و II می‌توان نتیجه گرفت که:

$$F_{N2} + 0.8 + 0.5 F_{N2} = 70 \Rightarrow 1.3 F_{N2} = 70 \Rightarrow F_{N2} = 50 \text{ N}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. وقتی تندی جسم ثابت است، طبق قانون اول نیوتون، نیروی خالص وارد بر آن صفر است:

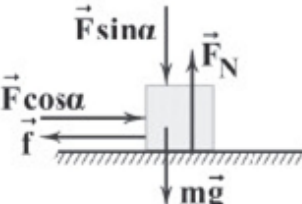


وقتی ناگهان نیروی $\vec{F}$ حذف می‌شود، جسم فقط تحت اثر نیروی $\vec{f}_k$ می‌ایستند. با توجه به شکل روبه‌رو می‌توان نوشت:



می‌دانیم که F نیز با f_k برابر است، بنابراین $F = 1 \text{ N}$ می‌باشد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای پاسخ به این سؤال در ابتدا نیروهای وارد شده از طرف سطح به جسم (یعنی نیروهای اصطکاک و عمودی سطح) را برحسب α به دست می‌آوریم؛ و سپس برایندها را تشکیل می‌دهیم؛ بنابراین:



$$\left. \begin{aligned} f - F \cos \alpha &= ma \xrightarrow{a=0} f = F \cos \alpha \\ F_N &= F \sin \alpha + mg \end{aligned} \right\}$$

$$R = \sqrt{f^2 + F_N^2} \rightarrow R = \sqrt{(F \cos \alpha)^2 + (F \sin \alpha + mg)^2}$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{F^2 \cos^2 \alpha + F^2 \sin^2 \alpha + m^2 g^2 + 2Fmg \sin \alpha}$$

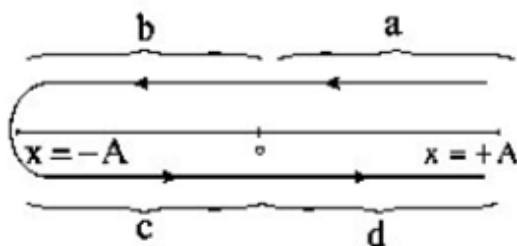
$$\Rightarrow R = \sqrt{F^2 (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + m^2 g^2 + 2Fmg \sin \alpha}$$

بنابراین نیروی R تابعی از $\sin \alpha$ به دست آمد؛ هر چه $\sin \alpha$ بزرگ‌تر باشد، R بزرگ‌تر است؛ پس از $\alpha = 0$ تا $\alpha = 90^\circ$ نیروی واکنش سطح دائماً افزایش می‌یابد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$g = G \frac{M}{R^2} \Rightarrow dg = -2G \frac{M}{R^3} dR \Rightarrow dg = -2G \frac{M}{R^2} \frac{dR}{R} = -2g \frac{dR}{R} \Rightarrow \frac{dg}{g} = -2 \frac{dR}{R}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. شکل زیر نشان‌دهنده‌ی مسیر حرکت نوسانگر هماهنگ ساده در یک دوره است و با توجه به اطلاعات سؤال، نوسانگر در لحظه‌ی t در حالت a یا d بوده است.



بررسی عبارت‌ها:

- الف) درست - در حالت‌های a و d ، بردار شتاب متحرک، منفی خواهد بود.
 ب) در حالت‌های c و d ، بردار سرعت، مثبت است، در نتیجه این عبارت لزوماً صحیح نیست.
 ج) در حالت‌های a و c ، حرکت نوسانگر به صورت تندشونده است، در نتیجه این عبارت لزوماً صحیح نیست.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم که رابطه‌ی دوره‌ی نوسان آونگ ساده به صورت زیر است:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1} \times \frac{g_1}{g_2}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \quad (I)$$

از طرفی با توجه به آنچه در فصل دینامیک آموختیم، رابطه‌ی شتاب گرانش زمین با ارتفاع از سطح زمین را به صورت مقایسه‌ای می‌نویسیم:

$$g = G \frac{M_e}{(R_e + h)^2} \Rightarrow \frac{g_1}{g_2} = \left(\frac{R_e + h_2}{R_e + h_1} \right)^2 \quad (II)$$

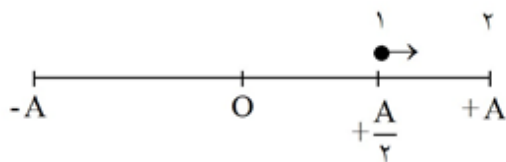
حال با استفاده از روابط (I) و (II) داریم:

$$\left. \begin{array}{l} I: \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \\ II: \frac{g_1}{g_2} = \left(\frac{R_e + h_2}{R_e + h_1} \right)^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{R_e + h_2}{R_e + h_1} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{R_e + \Delta R_e}{R_e + 0} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 6$$

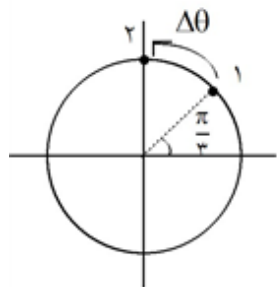
پس در یک شبانه‌روز (۲۴ ساعت)، ساعت آونگ‌دار در ارتفاع ΔR_e از سطح زمین به اندازه‌ی ۴ ساعت پیشروی خواهد کرد.

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{x}{24} \Rightarrow x = 4$$

$$T = 0.12 \text{ (s)}$$



اگر حرکت یک نوسانگر کندشونده باشد، آن نوسانگر به سمت $+A$ یا $-A$ در حال حرکت است.



$$\Rightarrow \Delta\theta = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{12} \Rightarrow \frac{0.12}{12} = 0.01 \text{ (s)}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. طول پاره خط $2A$ است:

$$2A = 10 \text{ cm} \Rightarrow A = 5 \text{ cm}$$

برای محاسبه‌ی دوره‌ی تناوب حرکت می‌توان نوشت:

$$T = \frac{\Delta t}{N} \Rightarrow T = \frac{60 \text{ s}}{600} = \frac{1}{10} \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 20\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

با توجه به قانون دوم نیوتون و رابطه‌ی نیروی کشسانی می‌نویسیم:

$$F = kx = ma \Rightarrow (m\omega^2) \times x = m a \Rightarrow |a| = \omega^2 |x|$$

$$|a| = (20\pi)^2 \times \frac{2/5}{100} = 400 \times 10 \times \frac{2/5}{100} = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. دامنه‌ی نوسان برابر ۶m می‌باشد، از طرفی با توجه به معادله‌ی مکان - زمان می‌دانیم:

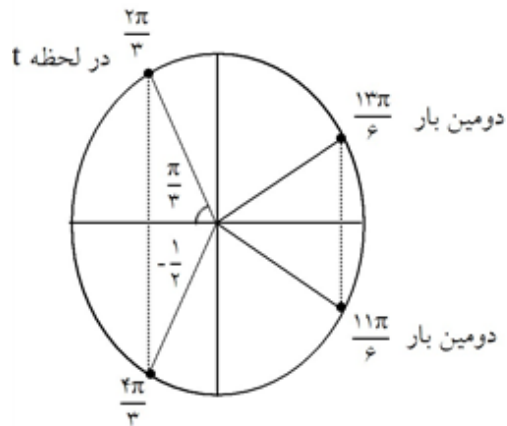
$$\cos \varphi = \frac{x}{A} \xrightarrow{\text{در لحظه } t} \cos \varphi = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \frac{2\pi}{3} \text{ ربع دوم } \checkmark \\ \varphi = \frac{4\pi}{3} \text{ ربع سوم } \times \end{cases}$$

چون نوسان‌گر در لحظه‌ی t در حال دور شدن از مرکز است، بنابراین فاز آن $\frac{2\pi}{3}$ (ربع دوم) می‌باشد.

$$\cos \varphi = \frac{x}{A} \xrightarrow{\text{در لحظه ی } t+9} \cos \varphi = \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \varphi = \frac{11\pi}{6} \text{ برای اولین بار} \\ \varphi = \frac{13\pi}{6} \text{ برای دومین بار} \end{cases}$$

بنابراین داریم:



$$\Delta \varphi = \omega \cdot \Delta t$$

$$\frac{13\pi}{6} - \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{T} \times 9$$

$$\frac{9\pi}{6} = \frac{2\pi}{T} \times 9 \Rightarrow T = 12s$$

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow n = \frac{t}{T} = \frac{60}{12} = 5$$

از طرفی نیز داریم:

بنابراین این نوسان‌گر در مدت یک دقیقه ۵ نوسان کامل را انجام می‌دهد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای یک آونگ ساده دوره‌ی تناوب از رابطه‌ی $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ به دست می‌آید.

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}} \Rightarrow 12 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{10}} \Rightarrow L_1 = \frac{360}{\pi^2}$$

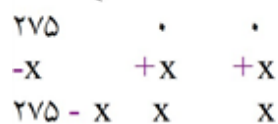
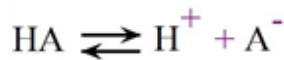
$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}} \Rightarrow 5 = 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{10}} \Rightarrow L_2 = \frac{125}{2\pi^2}$$

طول آونگ جدید برابر مجموع طول دو آونگ قبلی است.

$$L = L_1 + L_2 = \frac{360}{\pi^2} + \frac{125}{2\pi^2} = \frac{720 + 125}{2\pi^2} = \frac{845}{2\pi^2}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{845}{20 \cdot \pi^2}} = 2\pi\sqrt{\frac{169}{4\pi^2}} = 2\pi \times \frac{13}{2\pi} = 13s$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. زیرا، داریم:

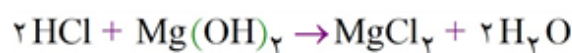


$$\alpha = 0.4 = \frac{x}{275} \Rightarrow x = 110$$

شمار مولکول‌های اسید یونیده نشده $= 275 - 110 = 165$

شمار ذره‌های یونی اضافه شده به محلول $= 2x = 2 \times 110 = 220$

$$\Rightarrow 165 + 220 = 385$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. زیرا، داریم:

$$?gMg(OH)_2 = 0.15 \text{ mol HCl} \times \frac{1 \text{ mol Mg(OH)}_2}{2 \text{ mol HCl}} \times \frac{58gMg(OH)_2}{1 \text{ mol Mg(OH)}_2} \times \frac{100}{8} = 54.4gMg(OH)_2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$2L \times \frac{0.1 \text{ mol NaOH}}{1L} \times \frac{1 \text{ mol HA}}{1 \text{ mol NaOH}} \times \frac{104gHA}{1 \text{ mol HA}} = 20.8gHA \quad \leftarrow \text{صرف واکنش با NaOH می‌شود}$$

$$1800g \text{ آب} \times \frac{0.7gHA}{100g \text{ آب}} = 12.6gHA \rightarrow$$

$$20.8 + 12.6 = 33.4gHA$$

علاوه بر واکنش، این مقدار حل می‌شود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا غلظت H^+ و مول آن را در محلول ثانویه به دست می آوریم:

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-2} \Rightarrow 10^{-2} = \frac{H^+}{10^{-1} L} \Rightarrow H^+ \text{ مول} = 10^{-3} \text{ mol}$$

سپس غلظت محلول اولیه را با همین مول به دست می آوریم. زیرا مول H^+ ثابت بوده است:

$$\text{غلظت محلول اولیه} = \frac{H^+ \text{ محلول}}{\text{حجم محلول اولیه}} = \frac{10^{-3}}{10^{-2}} = 10^{-1} M$$

غلظت محلول اولیه 0.1 مولار است، یعنی در هر لیتر محلول 0.1 مول H^+ وجود دارد. بنابراین باید 0.1 مول OH^- با آن ترکیب شود تا خنثی گردد.

$$0.1 \text{ mol } OH^- \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol } OH^-} \times \frac{40 \text{ g NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}} = 4 \text{ g NaOH}$$

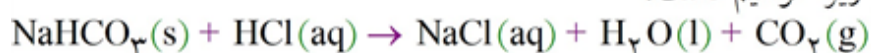
گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$(pH + pOH = 14, pH = 13) \Rightarrow pOH = 1 \Rightarrow [OH^-] = 10^{-1} \frac{\text{mol}}{L}$$

$$[OH^-] = \frac{\text{مول}}{\text{حجم}} = \frac{x \text{ g KOH} \times \frac{1 \text{ mol}}{56 \text{ g}}}{500} = 10^{-1} \Rightarrow x = 2800 \text{ g KOH}$$

$$\text{ماده ناخالص} = 3500 \text{ g} \Rightarrow 80 = \frac{280}{\text{ماده ناخالص}} \times 100 \Rightarrow \frac{\text{ماده خالص}}{\text{ماده ناخالص}} \times 100 = \text{درصد خلوص}$$

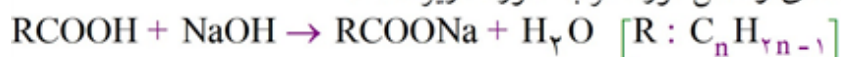
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مطابق واکنش زیر خواهیم داشت:



$$200 \text{ mL محلول} \times \frac{0.5 \text{ mol HCl}}{1000 \text{ mL محلول}} \times \frac{1 \text{ mol NaHCO}_3}{1 \text{ mol HCl}} \times \frac{84 \text{ g NaHCO}_3}{1 \text{ mol NaHCO}_3}$$

$$\times \frac{100 \text{ g NaHCO}_3 \text{ ناخالص}}{42 \text{ g NaHCO}_3 \text{ خالص}} = 20 \text{ g NaHCO}_3 \text{ ناخالص}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. معادله‌ی موازنه شده‌ی واکنش موردنظر به صورت زیر است:



$$\frac{126/9 \text{ g RCOOH}}{1 \times M} = \frac{24 \text{ g NaOH} \times \frac{75}{100}}{1 \times 40} \Rightarrow M = 282 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\text{C}_n\text{H}_{2n-1}\text{COOH} : 282 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \Rightarrow 12n + (2n-1) + 12 + 32 + 1 = 282 \Rightarrow n = 17$$

فرمول اسید چرب: $\text{C}_{17}\text{H}_{33}\text{COOH}$

شمار اتم‌های اسید: $17 + 33 + 1 + 2 + 1 = 54$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\alpha = \%0.1 = 0.001, \quad \text{pH} = 5/7 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-5/7} = 2 \times 10^{-6}$$

$$[\text{H}^+] = n \cdot M \cdot \alpha \Rightarrow 2 \times 10^{-6} = 1 \times M \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow M = 2 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 0.1 \text{ L} = 2 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{Sr}(\text{OH})_2 : [\text{OH}^-] = M n \alpha = 0.2 \times 2 \times 1 = 0.4 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\text{pOH} = -\text{Log} [\text{OH}^-] = -\text{Log} 0.4 = -\text{Log} 4 \times 10^{-1} = 1 - \text{Log} 4$$

$$= 1 - 2 \text{Log} 2 = 0.4 \Rightarrow \text{pH} = 14 - \text{pOH} = 14 - 0.4 = 13.6$$

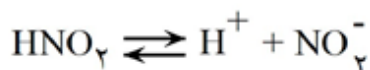
$$\text{HA} : K_a = M \alpha^2 \Rightarrow 10^{-6} = (0.04) \alpha^2 \Rightarrow \alpha = \sqrt{\frac{10^{-6}}{0.04}} = 5 \times 10^{-3}$$

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = M \alpha = 0.04 \times (5 \times 10^{-3}) = 2 \times 10^{-4}$$

$$\text{pH} = -\text{Log} [\text{H}_3\text{O}^+] = -\text{Log} 2 \times 10^{-4} = 4 - \text{Log} 2 = 3.7$$

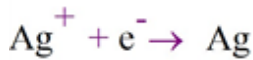
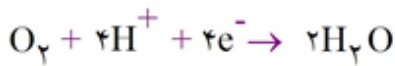
$$\frac{\text{pH}_{\text{Sr}(\text{OH})_2}}{\text{pH}_{\text{HA}}} = \frac{13.6}{3.7} = 3.7$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.



۲ M مقدار اولیه

$$0.3 \quad 0.3 \quad 0.3 \rightarrow K_a = \frac{(0.3)(0.3)}{1/97} = \frac{9 \times 10^{-4}}{1/97} = 4/56 \times 10^{-6}$$



$$44.8 \text{ L } O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{22.4 \text{ L } O_2} \times \frac{4 \text{ mol } e^-}{1 \text{ mol } O_2} \times \frac{1 \text{ mol } Ag}{1 \text{ mol } e^-} \times \frac{108 \text{ g } Ag}{1 \text{ mol } Ag} = 864 \text{ g } Ag$$

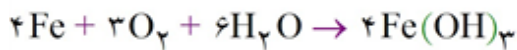
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به واکنش کلی سلول گالوانی آلومینیوم-مس:



به ازای مبادله ۶ مول الکترون، جرم آند (تیغه Al)، مقدار ۵۴ گرم کاهش می‌یابد، بنابراین مقدار الکترون مبادله شده ۱/۲ می‌باشد.

$$\frac{x = 1/2}{6 \text{ mole } e^-} = \frac{10/8 \text{ g}}{2 \times 27 \text{ g}}$$

برای واکنش کلی زنگ زدن آهن:


 در این واکنش به ازای مبادله ۱۲ مول الکترون، ۳ × ۲۲/۴ لیتر O_2 در شرایط STP مصرف می‌شود.

$$\frac{1/2 \text{ mol}}{12 \text{ mole } e^-} = \frac{x = 6/22 \text{ L}}{3 \times 22/4 \text{ L } O_2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فلز نقره با محلول HCl واکنش نمی‌دهد. واکنش فلز آهن با محلول هیدروکلریک اسید به صورت زیر است:


 غلظت H^+ در آغاز و پایان واکنش را به دست می‌آوریم:

$$pH_1 = 0.6 \Rightarrow [H^+]_1 = 10^{-0.6} = \frac{1}{10^{0.6}} = \frac{1}{(2)^2} = 0.25 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$pH_2 = 1.7 \Rightarrow [H^+]_2 = 10^{-1.7} = 10^{0.3-2} = 2 \times 10^{-2} = 0.02 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$H^+ \text{ غلظت تغییر} = 0.25 - 0.02 = 0.23 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\frac{\text{حجم (L)} \times \text{غلظت مولی اسید}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{P}{100} \times \text{گرم آهن ناخالص}$$

$$\Rightarrow \frac{8g \times \frac{P}{100}}{1 \times 56} = \frac{0.23 \text{ mol.L}^{-1} \times 0.5 \text{ L}}{2} \Rightarrow \%P \cong 40$$

$$\text{درصد خلوص نقره} = 100 - 40 = \%60$$

با توجه به واکنش کلی سلول گالوانی آهن-نقره: $\text{Fe(s)} + 2\text{Ag}^+(\text{aq}) \rightarrow \text{Fe}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{Ag(s)}$ ، به ازای دادوستد دو مول الکترون، جرم کاتد 2×108 گرم افزایش می‌یابد:

$$x = \frac{0.2 \text{ mole}^-}{2 \text{ mole}^-} \times \frac{216 \text{ g}}{2 \times 108 \text{ g}}$$

در سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن به ازای دادوستد ۴ مول الکترون، مقدار ۴ گرم هیدروژن در آند اکسایش می‌یابد.
 $(2\text{H}_2 + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{H}_2\text{O})$

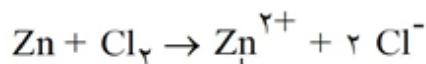
$$\frac{0.2 \text{ mole}^-}{4 \text{ mole}^-} \times \frac{y = 0.2 \text{ g H}_2}{2 \text{ g H}_2} \Rightarrow d = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{0.2 \text{ g}}{0.08 \text{ g.L}^{-1}} = 2.5 \text{ L}$$

$$? \text{ mol Cu}^{2+} = 0.2 \text{ L Cu}^{2+} \times \frac{0.1 \text{ mol Cu}^{2+}}{1 \text{ L Cu}^{2+}} = 0.02 \text{ mol Cu}^{2+}$$

$$0.015 \frac{\text{mol}}{\text{min}} = \frac{0.02 \text{ mol}}{t} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \Rightarrow t = 80 \text{ s}$$

$$\Delta m_g = 0.2 \text{ L Cu}^{2+} \times \frac{0.1 \text{ mol Cu}^{2+}}{1 \text{ L Cu}^{2+}} \times \frac{[(2 \times 108) - 64] \text{ g}}{1 \text{ mol Cu}^{2+}} = 3.04 \text{ g}$$

در واکنش روی با گاز کلر، اتم‌های کلر کاهش می‌یابند و Cl^- گونه‌ی کاهش یافته‌ی گاز کلر محسوب می‌شود.

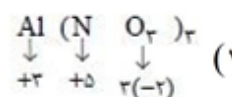
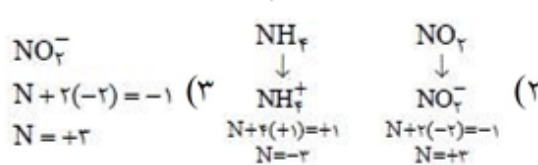
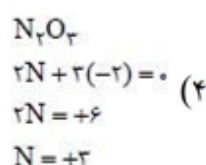


$\downarrow$
 گونه‌ی اکسایش یافته‌ی Zn
 $\downarrow$
 گونه‌ی کاهش یافته‌ی گاز کلر

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. شکل نمایش داده شده سلول الکترولیتی صفحه ۱۰۵ کتاب است که در آن، روی نقش آند و مس نقش کاتد را دارد و الکترون‌ها قابلیت عبور از درون محلول را ندارند. مس در واکنش شرکت نمی‌کند و در پایگاه کاتدی، کاتیون Zn^{2+} کاهش می‌یابد و به فلز روی تبدیل می‌شود.



گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. عدد اکسایش P در PO_4^{3-} برابر ۵ است.



۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴

۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴
۹۶	۱	۲	۳	۴

۹۷	۱	۲	۳	۴
۹۸	۱	۲	۳	۴
۹۹	۱	۲	۳	۴
۱۰۰	۱	۲	۳	۴
۱۰۱	۱	۲	۳	۴
۱۰۲	۱	۲	۳	۴
۱۰۳	۱	۲	۳	۴
۱۰۴	۱	۲	۳	۴
۱۰۵	۱	۲	۳	۴
۱۰۶	۱	۲	۳	۴
۱۰۷	۱	۲	۳	۴
۱۰۸	۱	۲	۳	۴
۱۰۹	۱	۲	۳	۴
۱۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۱۹	۱	۲	۳	۴
۱۲۰	۱	۲	۳	۴
۱۲۱	۱	۲	۳	۴
۱۲۲	۱	۲	۳	۴
۱۲۳	۱	۲	۳	۴
۱۲۴	۱	۲	۳	۴
۱۲۵	۱	۲	۳	۴
۱۲۶	۱	۲	۳	۴
۱۲۷	۱	۲	۳	۴
۱۲۸	۱	۲	۳	۴



۱۲۹	۱	۲	۳	۴
۱۳۰	۱	۲	۳	۴
۱۳۱	۱	۲	۳	۴
۱۳۲	۱	۲	۳	۴
۱۳۳	۱	۲	۳	۴
۱۳۴	۱	۲	۳	۴
۱۳۵	۱	۲	۳	۴
۱۳۶	۱	۲	۳	۴
۱۳۷	۱	۲	۳	۴
۱۳۸	۱	۲	۳	۴
۱۳۹	۱	۲	۳	۴
۱۴۰	۱	۲	۳	۴
۱۴۱	۱	۲	۳	۴
۱۴۲	۱	۲	۳	۴
۱۴۳	۱	۲	۳	۴
۱۴۴	۱	۲	۳	۴
۱۴۵	۱	۲	۳	۴
۱۴۶	۱	۲	۳	۴
۱۴۷	۱	۲	۳	۴
۱۴۸	۱	۲	۳	۴
۱۴۹	۱	۲	۳	۴
۱۵۰	۱	۲	۳	۴
۱۵۱	۱	۲	۳	۴
۱۵۲	۱	۲	۳	۴
۱۵۳	۱	۲	۳	۴
۱۵۴	۱	۲	۳	۴
۱۵۵	۱	۲	۳	۴
۱۵۶	۱	۲	۳	۴
۱۵۷	۱	۲	۳	۴
۱۵۸	۱	۲	۳	۴
۱۵۹	۱	۲	۳	۴
۱۶۰	۱	۲	۳	۴

۱۶۱	۱	۲	۳	۴
۱۶۲	۱	۲	۳	۴
۱۶۳	۱	۲	۳	۴
۱۶۴	۱	۲	۳	۴
۱۶۵	۱	۲	۳	۴
۱۶۶	۱	۲	۳	۴
۱۶۷	۱	۲	۳	۴
۱۶۸	۱	۲	۳	۴
۱۶۹	۱	۲	۳	۴
۱۷۰	۱	۲	۳	۴
۱۷۱	۱	۲	۳	۴
۱۷۲	۱	۲	۳	۴
۱۷۳	۱	۲	۳	۴
۱۷۴	۱	۲	۳	۴
۱۷۵	۱	۲	۳	۴
۱۷۶	۱	۲	۳	۴
۱۷۷	۱	۲	۳	۴
۱۷۸	۱	۲	۳	۴
۱۷۹	۱	۲	۳	۴
۱۸۰	۱	۲	۳	۴

